1/

TD n° 6

1. $\{F(3 \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(3 \to 1) \\ \vec{M}_o(3 \to 1) \end{array} \right\}$

avec

$$\vec{R}(3 \to 1) = \iint_S \vec{f}_s(M, 3 \to 1)\, dS$$

$$= \int_{\theta=\alpha}^{\alpha} \int_{r=r_1}^{r_2} (p\vec{z} + t\,\vec{u_\theta})\, r\, dr\, d\theta$$

$$= \int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} \int_{r=r_1}^{r_2} (p\vec{z} + pf\,\vec{u_\theta})\, r\, dr\, d\theta.$$

avec $\vec{u_\theta} = -\sin\theta\,\vec{x} + \cos\theta\,\vec{y}$

$$= \alpha p\,(r_2^2 - r_1^2)\vec{z} + pf\,(r_2^2 - r_1^2)\sin\alpha\,\vec{y}$$

$$\boxed{\vec{R}(3 \to 1) = p\,(r_2^2 - r_1^2)\left[\alpha\vec{z} + f\sin\alpha\,\vec{y}\right]}$$

$$\vec{M}_o(3 \to 1) = \iint_S \vec{OM} \wedge \vec{f_s}(M, 3 \to 1)\, dS$$

1/ $\vec{M}_O(3\to 1) = \iint_S (r\vec{u}_r - e\vec{z}) \wedge (p\vec{z} + pf\vec{U}_\theta)\, r\,dr\,d\theta$.

$$= \int_{r=r_1}^{r_2}\int_{\theta=-\alpha}^{\alpha} \left[e p f \vec{u}_r - r p \vec{u}_\theta + r p f \vec{z} \right] r\,dr\,d\theta$$

$$\vec{u}_r = \cos\theta\, \vec{x} + \sin\theta\, \vec{y}$$

$$\vec{u}_\theta = -\sin\theta\, \vec{x} + \cos\theta\, \vec{y}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{M}_O(3\to 1) = \; & e p f (r_2^2 - r_1^2) \sin\alpha\, \vec{x} \\ & - \frac{2}{3} p (r_2^3 - r_1^3) \sin\alpha\, \vec{y} \\ & + \frac{2}{3} p f \alpha (r_2^3 - r_1^3)\, \vec{z} \end{aligned}}$$

2. $\vec{M}_O(2\to 1)$ on remplace e par $-e$ et p en $-p$ dans la composante normale (mais en laissant composante tangentielle inchangée)

et donc

$$\vec{M}_O(2\to 1) = p(r_2^2 - r_1^2)\left[-e f \sin\alpha\, \vec{x} + \frac{2}{3}(r_2 - r_1)\sin\alpha\, \vec{y} + \frac{2}{3} f \alpha (r_2 + r_1)\, \vec{z} \right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} & \vec{M}_O(2,3\to 1) = \frac{4}{3} p (r_2^3 - r_1^3) f \alpha\, \vec{z} \\ & \vec{R}(2,3\to 1) = 2 p (r_2^2 - r_1^2) f \sin\alpha\, \vec{y} \end{aligned}}$$