TD n°5 : Embrayage.

$$\{F(17 \to 3)\} = \begin{Bmatrix} F\vec{z} \\ C_p\vec{z} \end{Bmatrix}$$

$r_1 = 72\,mm$ $\quad F = 3500\,N$

$r_2 = 105\,mm$ $\quad f = 0{,}35$

<u>CAS 1</u> : pression de contact supposée uniforme p

$$F\vec{z} = \iint_S \vec{f_s}(P, 17 \to 3)\, dS \quad (1) \quad \text{avec } \vec{f_s}(P, 17\to 3) = \overbrace{p\vec{z}}^{\text{force normale}} + \vec{t}(P, 17 \to 3)$$

Donc (1).$\vec{z}$

$$F = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} p\, r\, d\theta\, dr = 2\pi p \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\right)$$

D'où $\boxed{p = \dfrac{F}{\pi p (r_2^2 - r_1^2)}}$

Pour le moment on a :

$$C_p\vec{z} = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \vec{OP} \wedge \vec{f_s}(P, 17 \to 3)\, dS$$

Or la force tangentielle (due au frottement sur le disques) est opposée au vecteur vitesse, donc

$$\vec{t}(P, 17 \to 3) = t_\theta \vec{e_\theta}$$

On a donc

$$C_p\vec{z} = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} r\vec{e_r} \wedge \left(p\vec{z} + t_\theta \vec{e_\theta}\right) r\, d\theta\, dr \quad (2)$$

avec d'après la loi de Coulomb $t_\theta = f p$. (à la limite du glissement donc lorsque l'on transmet le maximum d'effort)

3/ <u>CAS 2</u> : pression de contact supposée inversement proportionnelle à l'usure et donc à la vitesse de glissement au point considéré

$$\vec{V}(P \in 17/3) = \underbrace{\vec{V}(O \in 17/3)}_{=\vec{0}} + \vec{\Omega}_{17/3} \wedge \vec{OP}$$

$$= \Omega_{17/3}\, \vec{z} \wedge r\, \vec{e_r}$$

$$= \Omega_{17/3}\, r\, \vec{e_\theta}$$

Donc si $p(r)$ inversement proportionnel à la vitesse de glissement, on a $p(r) = \dfrac{K}{r}$

Dans ce cas :

$$F = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{K}{r} \times r\, d\theta\, dr = 2\pi K (r_2 - r_1)$$

Soit $\boxed{p = \dfrac{F}{2\pi(r_2 - r_1)} \times \dfrac{1}{r}}$

et donc

$$C_{p\,max} = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} r \times f \times \frac{F}{2\pi(r_2-r_1)} \times \frac{1}{\cancel{r}} \times \cancel{r}\, d\theta\, dr$$

$$= \frac{fF}{2\pi(r_2-r_1)} \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} r\, d\theta\, dr.$$

$$C_{p\,max} = \frac{fF}{2\pi(r_2-r_1)} \frac{(r_2^2 - r_1^2) \times 2\pi}{2}$$

$$\boxed{C_{p\,max} = \frac{fF}{2(r_2-r_1)} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{fF}{2} (r_2 + r_1)}$$

3) On a donc (2) . $\vec{z}$

$$C_{max} = \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} r f p \times r \, d\theta \, dr$$

$$= \int_{r=r_1}^{r_2} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 f p \, d\theta \, dr$$

$$= f p \times 2\pi \times \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3}$$

Soit au final

$$C_{max} = 2\cancel{\pi} \times f \times \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3} \times \frac{F}{\cancel{\pi} p (r_2^2 - r_1^2)}$$

$$\boxed{C_{max} = \frac{2}{3} f F \frac{(r_2^3 - r_1^3)}{(r_2^2 - r_1^2)}}$$

Leur faire vérifier l'homogénéité de cette formule :