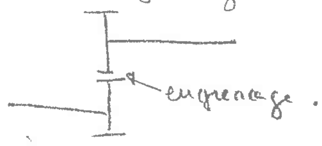
TD n°2

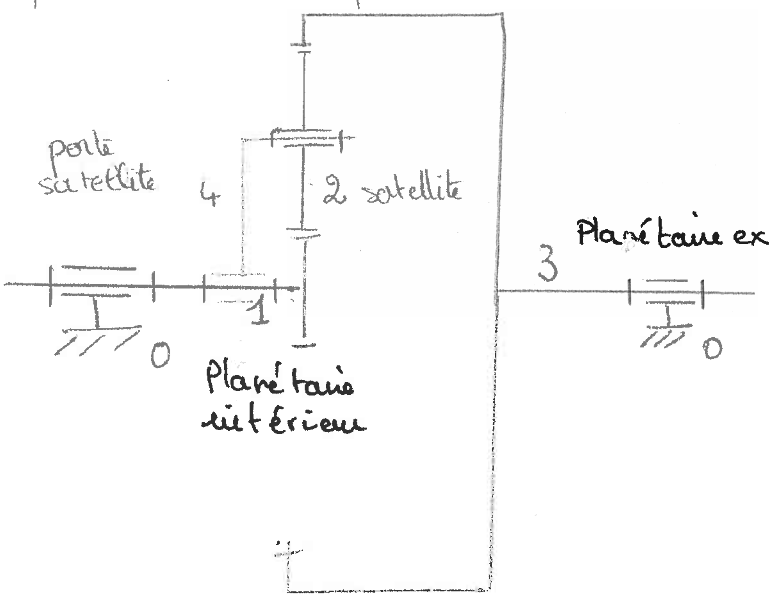
Partie 1 :

Projeter l'animation animation 14.html (celle du bas) du répertoire TD4 / Medias / Train epicycloïdal et leur demander de faire le schéma cinématique (coupe axiale et transversale) (leur dire de faire ĉ s'il y avait un seul engrenage jaune et non 2 de taille ≠ ĉ sur l'animation et autoriser la rotation de la pièce bleue)

Remarque : on représente des engrenages vu de coupe selon le schéma :



Q1) Représentation coupe transversale

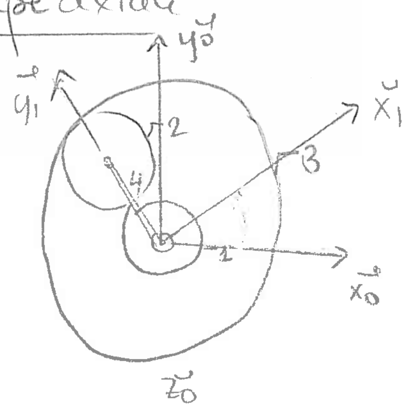


Porte satellite : pas denté

Satellite : en contact avec 2 autres roues dentées

Planétaires : en contact avec 1 seule autre roue denté
et coaxiaux

Coupe axiale



Q2 a) $\{\mathcal{V}_c\ 1/0\} = \begin{Bmatrix} \Omega_{1/0}\vec{z} \\ \vec{V}(O \in 1/0) = \vec{0} \end{Bmatrix}$ $\{\mathcal{V}_c\ 3/0\} = \begin{Bmatrix} \Omega_{3/0}\vec{z} \\ \vec{V}(O \in 3/0) = \vec{0} \end{Bmatrix}$

$\{\mathcal{V}_c\ 4/0\} = \begin{Bmatrix} \Omega_{4/0}\vec{z} \\ \vec{V}(O \in 4/0) = \vec{0} \end{Bmatrix}$

2b) $\{\mathcal{V}_c\ 1/4\} = \begin{Bmatrix} (\Omega_{1/0} - \Omega_{4/0})\vec{z} \\ \vec{V}(O \in 1/4) = \vec{0} \end{Bmatrix}$ $\{\mathcal{V}_c\ 2/4\} = \begin{Bmatrix} \Omega_{2/4}\vec{z} \\ \vec{V}(B \in 2/4) = \vec{0} \end{Bmatrix}$

$\{\mathcal{V}_c\ 3/4\} = \begin{Bmatrix} (\Omega_{3/0} - \Omega_{4/0})\vec{z} \\ \vec{V}(O \in 3/4) = \vec{0} \end{Bmatrix}$

Q3) Conditions de non glissement

$\vec{V}(A \in 1/2) = \vec{0}$ (1)

$\vec{V}(C \in 3/2) = \vec{0}$ (2)

Q4) Entrée/sortie % au porte satellite

$\vec{V}(A \in 1/4) = \underbrace{\cancel{\vec{V}(A \in 1/2)}}_{=0} + \vec{V}(A \in 2/4)$ (3)

$\vec{V}(C \in 3/4) = \underbrace{\cancel{\vec{V}(C \in 3/2)}}_{=0} + \vec{V}(C \in 2/4)$ (4)

2

Q5) On : $\vec{V}(A\in 1/4) = \cancel{\vec{V}(O\in 1/4)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}_{1/4} \wedge \vec{OA}$

et $\vec{V}(A\in 2/4) = \cancel{\vec{V}(B\in 2/4)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}_{2/4} \wedge \vec{BA}$

si on remplace dans (3), on obtient

$$(\Omega_{1/0} - \Omega_{4/0})\vec{z} \wedge R_1\vec{y_1} = \Omega_{2/4}\vec{z} \wedge (-R_2\vec{y_1})$$

soit $\boxed{(\Omega_{1/0} - \Omega_{4/0})R_1 = -\Omega_{2/4} R_2}$ (5)

De même $\vec{V}(C\in 3/4) = \cancel{\vec{V}(O\in 3/4)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}_{3/4} \wedge \vec{OC}$

et $\vec{V}(C\in 2/4) = \cancel{\vec{V}(B\in 2/4)}^{\vec{0}} + \vec{\Omega}_{2/4} \wedge \vec{BC}$

Soit en remplaçant dans (4)

$$(\Omega_{3/0} - \Omega_{4/0})\vec{z} \wedge R_3\vec{y_1} = \Omega_{2/4}\vec{z} \wedge R_2\vec{y_1}$$

ie $\boxed{(\Omega_{3/0} - \Omega_{4/0})R_3 = \Omega_{2/4} R_2}$ (6)

(5)+(6) $\qquad R_1\Omega_{1/0} + R_3\Omega_{3/0} - (R_1+R_3)\Omega_{4/0} = 0$

On pose $\lambda = -\dfrac{R_3}{R_1}$, alors

$$\boxed{\Omega_{1/0} - \lambda\Omega_{3/0} + (\lambda - 1)\Omega_{4/0} = 0}$$

Formule du train epicycloïdal.

Q6) Il y a 3 inconnues et 1 équation, il manque donc une équation pour que la loi entrée-sortie soit déterminée.

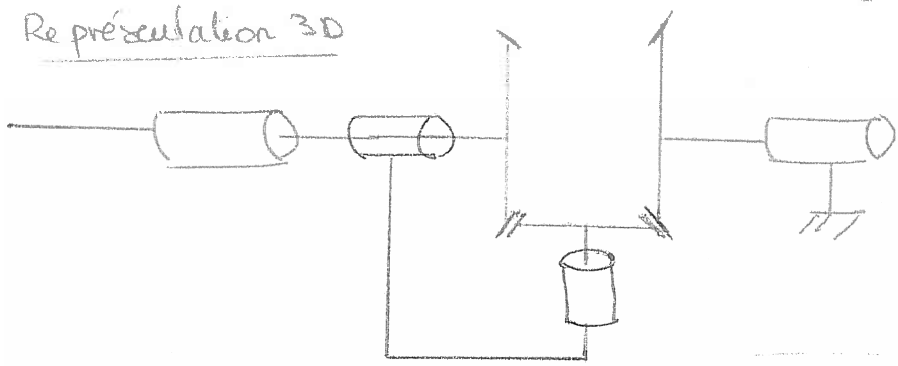
Q7) La seule difficulté est de calculer $\lambda = \left.\dfrac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{3/0}}\right|_{\Omega_{4/0}=0} = \left.\dfrac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{2/0}}\dfrac{\Omega_{2/0}}{\Omega_{3/0}}\right|_{\Omega_{4/0}=0}$

$= -\dfrac{\cancel{R_2}}{R_1} \times \dfrac{R_3}{\cancel{R_2}} = -\dfrac{R_3}{R_1}$ (on utilise les formules des engrenages classiques)

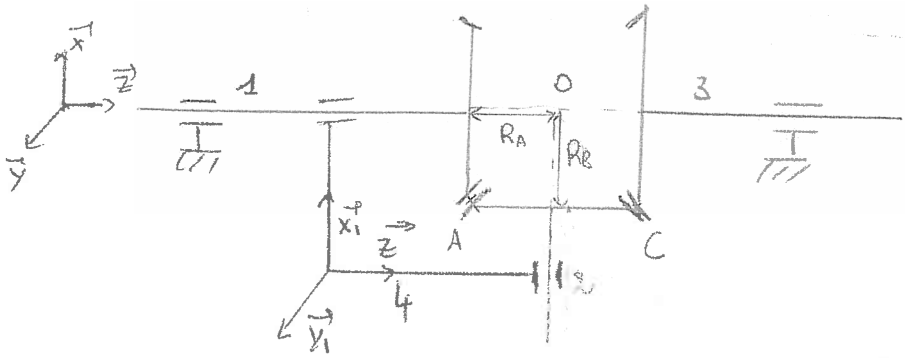
Partie II

Q8) Non car il y a des liaisons pivots d'axes orthogonaux.

Q9) Représentation 3D



Coupe



$$\frac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{3/0}} = \frac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{2/0}} \cdot \frac{\Omega_{2/0}}{\Omega_{3/0}}$$

$$= + \frac{R_A}{R_B} \times -\frac{R_B}{R_A}$$

$$= -1$$

Q10) D'après la formule de Willis, on a :

$$\Omega_{1/0} - \lambda \Omega_{3/0} + (\lambda - 1)\Omega_{4/0} = 0$$

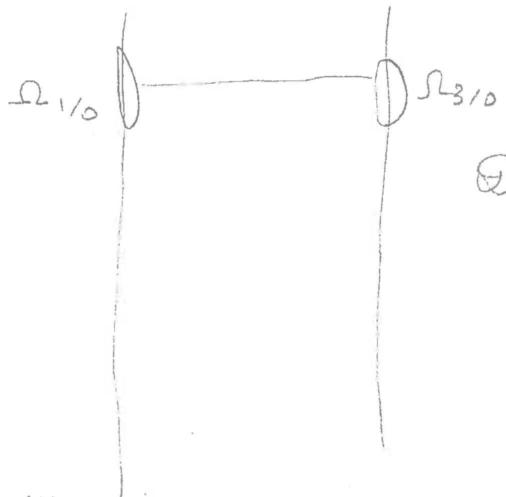
avec $\lambda = \left.\frac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{3/0}}\right|_{\Omega_{4/0}=0} = \frac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{2/0}} \frac{\Omega_{2/0}}{\Omega_{4/0}} = \frac{R_A}{R_B} \times \left(-\frac{R_B}{R_A}\right) = -1$

Donc on obtient :

$$\Omega_{1/0} + \Omega_{3/0} - 2\,\Omega_{4/0} = 0.$$

Q11) La dernière relation est fixée par la vitesse relative des 2 roues.

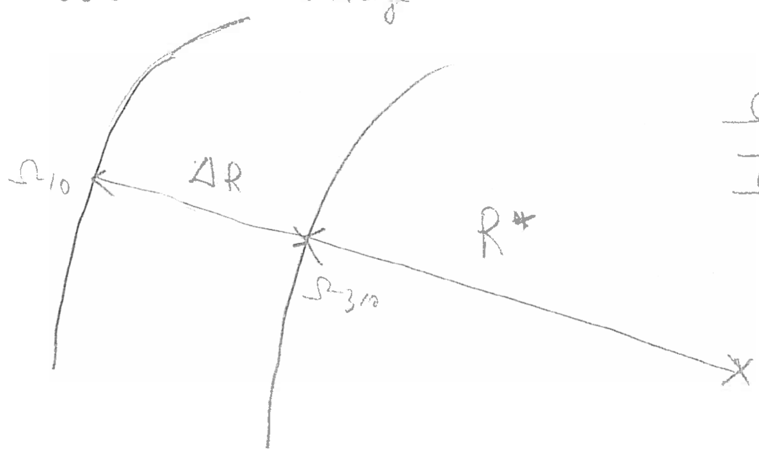
Dans une ligne droite, on a :



$\Omega_{1/0} = \Omega_{3/0}$

Donc $\Omega_{1/0} = \Omega_{3/0} = \Omega_{4/0}$

Dans un virage.



$$\frac{\Omega_{1/0}}{\Omega_{3/0}} = \frac{\Delta R + R^*}{R^*} = 1 + \frac{\Delta R}{R^*}$$

Le différentiel sert justement à permettre à la voiture de prendre des virages en autorisant une différence de vitesse entre les 2 roues.