

Corrigé détaillé TD n°2

Commencez par montrer l'animation d'un jouit de condau

Exercice 3 : jouit de condau

$$1) \vec{a}_1 = \cos \theta_1 \vec{z} - \sin \theta_1 \vec{y}_1$$

$$\vec{a}_2 = \cos \theta_2 \vec{x} - \sin \theta_2 \vec{z}$$

$$\text{en fait } \vec{y}_1 = -\cos \alpha \vec{x} + \sin \alpha \vec{y}$$

$$\text{donc } \vec{a}_1 = \cos \theta_1 \vec{z} + \sin \theta_1 \cos \alpha \vec{x} - \sin \theta_1 \sin \alpha \vec{y}$$

L'égalité $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$ donne :

$$-\cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \alpha \cos \theta_2 = 0$$

$$\text{Soit } \boxed{\tan \theta_2 = \cos \alpha \tan \theta_1} \quad (1)$$

$$2) \text{ On sait } \tan(a-b) = \frac{\sin(a-b)}{\cos(a-b)} = \frac{\sin a \cos b - \sin b \cos a}{\cos a \cos b + \sin a \sin b}$$

$$= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\text{Donc } \tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{1 + \tan \theta_2 \tan \theta_1}$$

$$\boxed{\tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{(\cos \alpha - 1) \tan \theta_1}{1 + \cos \alpha \tan^2 \theta_1}} \quad (2)$$

3) Rapport des vitesses de rotation

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1}$$

Si l'on dérive (1) par rapport à t :

$$\frac{d}{dt} (\tan \theta_2) = \frac{d\theta_2}{dt} \frac{d \tan \theta_2}{d\theta_2} = \frac{d\theta_1}{dt} \frac{d \cos \tan \theta_1}{d\theta_1}$$

Donc

$$\dot{\theta}_2 (1 + \tan^2 \theta_2) = \dot{\theta}_1 \cos d (1 + \tan^2 \theta_1)$$

Donc le rapport des vitesses de rotation est :

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = \frac{\cos d (1 + \tan^2 \theta_1)}{(1 + \tan^2 \theta_2)} \text{ soit avec } \angle (1)$$

$$\boxed{\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos d (1 + \tan^2 \theta_1)}{(1 + \cos^2 d \tan^2 \theta_1)}}$$

- Ce rapport est $\neq 1$ sauf si $d=0$ et donc $\cos d=1$.

- Donc à part lorsque $d=1$, le joint de cardan n'est pas homocinétique.

Remarque :

- Le joint de cardan était utilisé initialement dans les véhicules automobile pour transmettre la rotation du train arrière aux roues.

En fin de TD

- Leur expliquer que le joint de cardan n'est plus utilisé car le rapport des vitesses de rotation entre l'entrée et la sortie dépend de l'angle α , ce qui faisait que si l'on "passait sur une bosse" le véhicule accélérerait puis ralentirait.
- Il a été remplacé par le joint tripode pour lequel le rapport entre la vitesse d'entrée et de sortie ne dépend pas de l'angle.
- Montre les deux animations Joint Tripode 1 et 2 et les usages de transmission.
- Explique que le soufflet est un soufflet de Cardan et qu'il contient la graisse permettant de lubrifier le joint tripode. S'il est percé, il faut le remplacer car sinon le joint n'est plus lubrifié et fini par casser.