

Corrigé du TD n°1 de Dynamique des fluides

Écoulement dans un tube cylindrique

L'objectif de ce TD est de vous faire comprendre que le premier réflexe lorsque l'on s'attaque à un problème de mécanique des fluides doit être d'en faire l'analyse dimensionnelle.

Question 1

En effet dans ce problème, si l'on calcule le nombre de Reynolds, celui-ci vaut :

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} = \frac{2\rho Q R}{\pi R^2 \mu} = \frac{2\rho Q}{\pi R \mu}$$

$$\text{soit : } Re = \frac{2 \times 1000 \times 4,7 \times 10^{-5}}{\pi \times 10^{-2} \times 10^{-3}} = \frac{9,4 \times 10^3}{\pi} \approx 3 \times 10^3.$$

Ce nombre de Reynolds est loin d'être faible et donc les effets non linéaires (terme convectif $\vec{v} \cdot \nabla(\vec{v})$) ne sont pas négligeables. Dans ce cas, l'écoulement ne suit pas nécessairement les symétries (ici cylindrique) imposées par les conditions limites et des conditions limites stationnaires n'impliquent pas nécessairement un écoulement stationnaire.

Par conséquent dans ce problème il n'est pas possible de simplifier les équations de Navier-Stokes, ni en supprimant le terme instationnaire, ni en simplifiant les dérivées par rapport à θ et z . Il faut garder l'ensemble des équations.

En réalité ce problème est l'un des problèmes les plus complexes de la mécanique des fluides. Il s'agit du problème de la transition vers un écoulement turbulent dans une conduite cylindrique. Ce problème initialement étudié par Reynolds en 1883 (et qui lui a permis d'introduire le fameux nombre de Reynolds) n'est toujours pas résolu à ce jour. L'objectif est de comprendre comment la complexité des écoulements apparaît dans la conduite. Ce problème ne peut être résolu à l'aide d'une étude de stabilité linéaire car celle-ci montre que l'écoulement (de Poiseuille) est toujours stable quel que soit le nombre de Reynolds. En réalité, la transition vers la turbulence est une transition nonlinéaire dite sous-critique, c'est à dire qu'elle dépend du niveau de perturbation (bruit ambiant). Deux articles distribués lors de la séance de TD vous présentent l'état de l'art sur ce problème.

Numériquement, résoudre ce type de problème est extrêmement complexe (i) car il faut simuler toutes les équations de Navier-Stokes incompressible, (ii) car l'on ne peut pas identifier d'échelle caractéristique (pour le maillage) car des structures turbulentes apparaissent et donc des tourbillons de toutes tailles (iii) car le problème est instationnaire. L'article distribué en TD (publié dans la revue PNAS) vous montre que pour étudier cette transition, il a fallu 4 ans de simulations sur des clusters de calculs en 2015.

A retenir :

1. Le premier réflexe lors de l'étude d'un problème de mécanique des fluides est de calculer les nombres sans dimensions qui le caractérisent pour savoir quels termes peuvent être simplifiés
2. Lorsque des équations sont non linéaires, la solution ne suit pas nécessairement les symétries des conditions limites et des conditions limites stationnaires n'impliquent pas nécessairement un écoulement stationnaire.

Question 2

Pour calculer le profil d'écoulement, la seule manière dans le cas présent est d'utiliser un logiciel de simulation numérique directe (DNS). Les pertes de pressions peuvent être affectées par les structures d'écoulement complexes apparaissant dans cette zone de transition vers la turbulence. Néanmoins, le calcul de l'écoulement de Poiseuille (laminaire) permet d'estimer ces pertes de pression au premier ordre.