1/ 2 séances

Corrigé détaillé TD n°1

NE PAS OUBLIER VOTRE VIDEOPROJECTE

A l'attention des intervenants de TD :

- A l'arrivée des étudiants dans la salle, leur présenter les ≠ types de roulement (roulement à bille, à rouleaux, à rouleaux coniques, à aiguilles) à l'aide

    (i) Des slides roulements.pdf

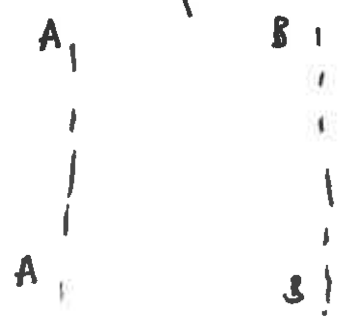
    (ii) Des roulements que j'aurai déposé dans ma boite aux lettres du bâtiment M2

- Leur présenter l'intérêt de chaque roulement et leur représentation dans un dessin industriel (p.5 fichier roulements.pdf)
- Leur expliquer que ce qu'ils vont étudier dans ce TD, c'est un moteur à combustion.

Q1) - Sur le dessin du TD, leur faire repérer les roulements, axes de symétrie, ...

- Leur réexpliquer ce que c'est qu'une coupe et une vue.

- Leur montrer comment on passe d'une coupe à une autre en suivant les indications



2/. Les faire réfléchir quelles sont les grandes classes d'équivalence et leur montrer comment on voit que certaines pièces sont liées (présence de vis de serrage, ...)

. Une fois ce travail effectué, leur distribuer le schéma couleur (schémacorrigé.pdf) que vous trouverez aussi dans ma boîte aux lettres du M2 et leur montrer l'animation animation1.html pour qu'ils comprennent la cinématique du système.

Q2) Les 4 grandes classes d'équivalence sont

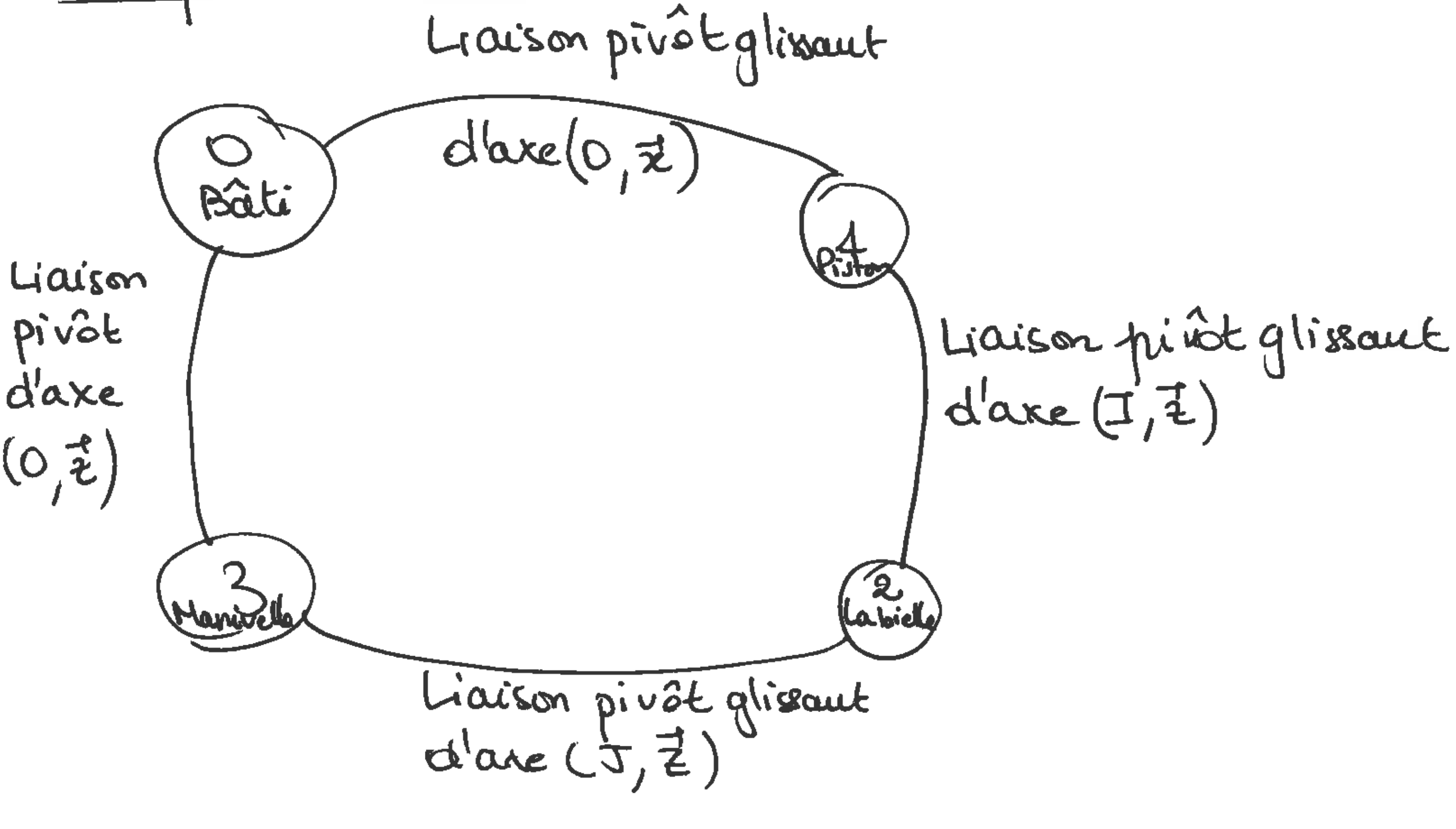
0 Le bâti

1 Le piston

2 La bielle

3 La manivelle

Graphe des liaisons



3/

⚠ Bien leur expliquer

1) Que pour chaque liaison il faut bien préciser

. L'axe (Deux points, ou un point une direction) si les liaisons sont des liaisons
- pivôt
- hélicoïdale
- pivôt glissant
- glissière.

ex : axe$(O, \vec{x})$

. La normale au plan si c'est une liaison appui plan.

. Le centre de la liaison (point) si c'est une rotule, ...

2) Que les liaisons entre 0 et 1 et entre 1 et 2 sont bien des pivôts <u>glissant</u> et non des pivôts à cause de jeux représentés en orange sur schema_corrige.pdf (leur projeter) et leur expliquer que ces jeux sont importants pour le degré d'hyperstatisme du système (ils évitent de casser si le système prend du jeux).

3) Que lorsque l'on cherche à déterminer la liaison entre deux pièces, on fait abstraction de toutes les autres pièces.

4/Q3) A faire lors de la deuxième séance (car je n'aurai pas encore abordé la notion en cours)

L'hyperstatisme d'un système se calcule à l'aide de la formule du cours :

$$h = 6\gamma + m - Ic$$

avec $\gamma = L - N + 1$ le nombre de cycles indépendants

$m = mu + mi$ la somme des mobilités utiles et internes

Ic le nombre d'inconnues cinématiques.

L le nombre de liaison

N le —— solides.

Ici, il y a · $N = 4$ solides (0, 1, 2, 3)

$L = 4$ liaisons

et donc $\gamma = 1$ (on voit bien sur le graphe des liaisons qu'il n'y a qu'un cycle)

$$\cdot\ Ic = 3 \times 2 + 1$$

3 liaisons pivôts glissant

2 degrés de liberté (une rotation, une translation)

liaison pivôt ayant un degré de liberté

$$= 7$$

5/ . Enfin, la (ou les) mobilité(s) utiles sont les (les) mobilité(s) que l'on a en sortie du système en actionnant l'entrée. Ici l'entrée est la translation du piston qui induit en sortie une rotation de la manivelle qui est la seule mobilité utile

$$m_u = 1.$$

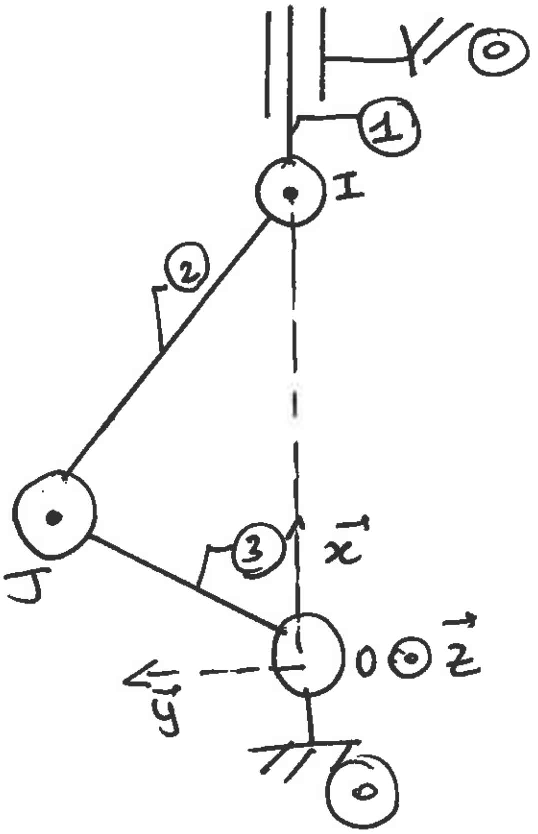
. Les mobilités internes sont des mouvements possibles des pièces possibles indépendamment du mouvement d'entrée sortie.
Ici comme les liaisons entre ① et ② et ② et ③ sont des pivôts glissant, la bielle peut translater

On a donc $m_i = 1$.

Soit au final $h = 6\times1+2-7 = 1$

Le système est hyperstatique.

Q4) Schéma cinématique :



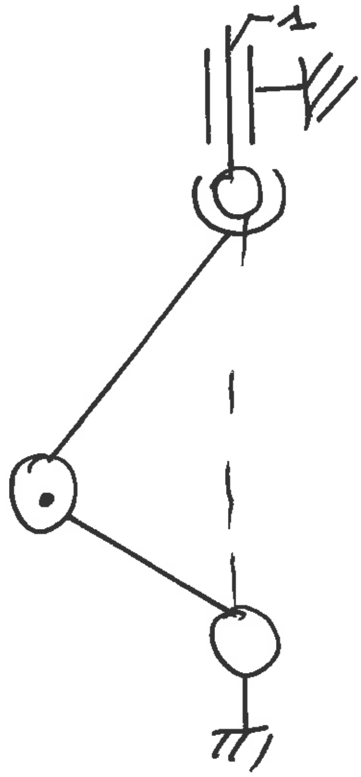
⚠ . Le schéma cinématique ne doit pas respecter les échelles. En revanche il faut qu'il vérifie l'alignement des axe. Ici O et I sont alignés sur l'axe $(O, \vec{x})$

Q5) Leur donner à faire pour la fois suivante pour qu'ils aient le temps de réfléchir.

Pour rendre le système isostatique, il va falloir augmenter les degrés de liberté des liaisons en conservant la fonctionalité du système.

7/ Une solution est de remplacer la liaison entre ① et ② par une rotule

Dans ce cas le schéma est :



alors . $\gamma = 1$ inchangé

. $I_c = 1 \times 3 + 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 8$

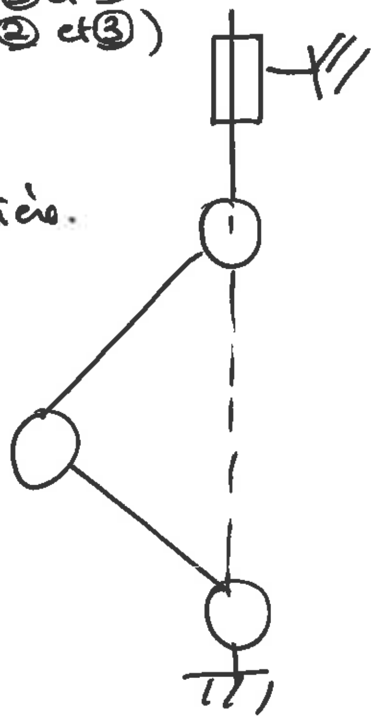
. $m = m_u + m_i$ $\quad$ $m_u = 1$ (rotation de la manivelle)

$m_i = 1$ (rotation du piston sur son axe)

et donc $h = 6 \times 1 + 2 - 8 = 0$ CQFD

Q6) Le système n'est pas plan car il admet des translations et des rotations de même axe.
Il peut être rendu plan en transformant les deux liaisons pivôt glissants en des liaisons pivôt :
(entre ① et ② et ② et ③)

et la liaison entre ⓪ et ① en une glissière.



On a alors $\gamma = 1$

$Ic = 4 \times 1 = 4$

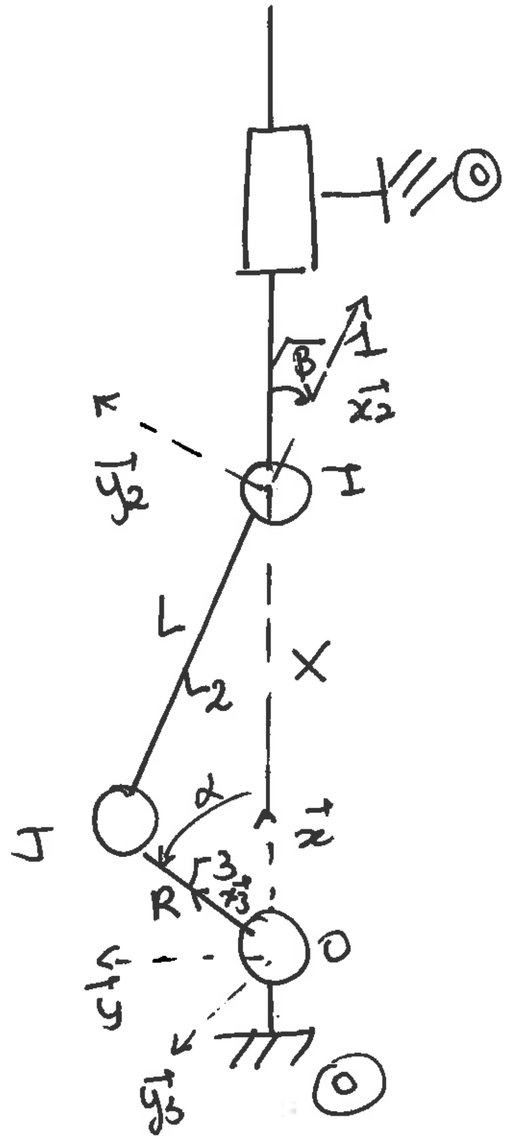
$m = mu + mi = 1 + 0$.

$h = 6 \times 1 + 1 - 4 = 3$

On contraint davantage le système donc il devient plus hyperstatique.

Q7)

9



Paramètres du système (inconnues)

$R = OJ$

$L = JI$

Il faut maintenant associer à chaque solide un repère :

10/ $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}, \vec{y})$

$\mathcal{R}_1 = (I, \vec{x}, \vec{y})$ car I lié à 1 et base ne change pas lorsque 1 se translate.

$\mathcal{R}_2 = (I, \vec{x_2}, \vec{y_2})$

$\mathcal{R}_3 = (O, \vec{x_3}, \vec{y_3})$

- Pour caractériser la position de I par rapport à O, il faut introduire la distance $X = OI$.
- Pour caractériser l'orientation de 3 par rapport à O il faut introduire l'angle $\alpha = (\vec{x}, \vec{x_3})$
- ———————— de 2 ——— O

———————— l'angle $\beta = (\vec{x}, \vec{x_2})$

Variable d'entrée : translation du piston caractérisée par la distance X

Variable de sortie : rotation de la manivelle caractérisée par α.

⚠ Remarque : Nous avons 3 variables inconnues et nous devons déterminer la relation entre l'entrée et la sortie, leur demander combien il faut d'équations. Ils vont dire <u>3</u> mais la réponse est bien sûr <u>2</u> car si l'on avait 3 équations, alors le système serait <u>figé</u> (une seule position admissible du système)

Q8) Les faire réfléchir à quel type de relations ils ont à disposition. Ici uniquement relations géométriques. Une relation vectorielle en 2D idéale ca donne 2 équations (2 projections).

La fermeture géométrique donne :

$$\vec{OJ} + \vec{JI} + \vec{IO} = \vec{0}$$

ie $$R\,\vec{x_3} + L\,\vec{x_2} - X\,\vec{x} = \vec{0}$$

Or $$\vec{x_2} = \cos\beta\,\vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}$$
$$\vec{x_3} = \cos\alpha\,\vec{x} + \sin\alpha\,\vec{y}$$

En projetant cette relation sur $\vec{x}$ $\vec{y_1}$ on obtient :

$$\begin{array}{l} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array}\begin{cases} R\cos\alpha + L\cos\beta - X = 0 \quad (1) \\ R\sin\alpha + L\sin\beta = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Il faut simplifier ce système et supprimer l'angle β.

Q : Quelle relation connaissez vous entre $\cos\beta$ et $\sin\beta$:

Réponse : $\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$.

Donc $(1)^2$ $\quad L^2\cos^2\beta = (X - R\cos\alpha)^2$

$(2)^2$ $\quad L^2\sin^2\beta = R^2\sin^2\alpha$.

d'où $(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow$ $$L^2 = X^2 - 2RX\cos\alpha + R^2\underbrace{(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)}_{=1}$$

Soit $X^2 - 2R\cos\alpha \, X + (R^2 - L^2) = 0$

C'est une équation du 2nd degré :

$$\Delta = 4R^2\cos^2\alpha - 4(R^2 - L^2)$$

Soit $X^{\pm} = R\cos\alpha \pm \sqrt{R^2\cos^2\alpha - (R^2 - L^2)}$

Or $L > R$, donc on peut réécrire :

$$X^{\pm} = R\cos\alpha \pm \sqrt{R^2\cos^2\alpha + \underbrace{(L^2 - R^2)}_{\geq 0}}$$

Q) Quelle est __la__ solution du pb ?

X doit être tjs positif.

Or $\sqrt{R^2\cos^2\alpha + (L^2 - R^2)} > R\cos\alpha$.

Donc __la__ solution du pb est

$$X^{+} = R\cos\alpha + \sqrt{R^2\cos^2\alpha + (L^2 - R^2)}$$

A la fin du TD

ou après la question 3. Leur projeter le film moteurcomplet.mp4 et leur expliquer le fonctionnement du moteur (cf fichier Description moteur complet.docx)