UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE
Département de Mécanique

Examen du cours Mécanique et Ingénierie

Licence 2 de Mécanique

Mardi 2 Janvier 2023

Durée : 2 heures. Sans document ni calculatrice

- Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié. Le DS est très long, le barème en tient compte car 36 points sont distribués pour une note finale sur 20.
- Si vous rencontrez une erreur dans l'énoncé, mentionnez le sur votre copie et poursuivez l'exercice.
- Bon courage !

1 Questions de cours (2,5 points)

Q1) On considère un solide S en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ appliquées en A et en B respectivement. En utilisant le Principe Fondamental de la Statique, que pouvez vous dire de ces deux forces et de leurs points d'application (on redémontrera toute les propriétés rigoureusement).

2 Problème

On considère un bras robotisé dont le schéma cinématique simplifié est donné sur la figure 1. Ce bras est composé de 3 solides, numérotés 1, 3, 4 et d'un bâti noté 0. Au bâti 0 est attaché le repère $\mathcal{R}_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et aux 3 solides sont attachés respectivement les 3 repères $\mathcal{R}_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, $\mathcal{R}_3\,(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, et $\mathcal{R}_4 = (E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$, tels que $\vec{x}_3 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_3 = \vec{y}_1$, $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta_{10}$, $(\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4) = \theta_{43}$, $(\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4) = \theta_{40}$, $AD = \lambda_{31}$ une distance variable, $ED = L_{41}$ une distance fixe et $DM = L_{42}$ une autre distance fixe. Le solide 1 est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec le solide 0, le solide 3 est en liaison glissière d'axe $\vec{x_3} = \vec{x}_1$ avec le solide 1, le solide 4 est en liaison pivot d'axe $(D, \vec{z}_0)$ avec le solide 3, et enfin le solide 4 est en liaison pivot d'axe $(E, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0.

2.1 Cinématique (12,5 points)

Q2) Faire le graphe des liaisons de ce mécanisme. (0,5 point)

Q3) Calculer son degré d'hyperstatisme (1 point).

Qbonus) Comment pourriez-vous rendre ce solide isostatique ? (Bonus)

Q4) En utilisant des relations géométriques déterminer une relations (i) entre θ_{40}, θ_{43} et θ_{10} puis (ii) entre leurs dérivées. (0,5 point)

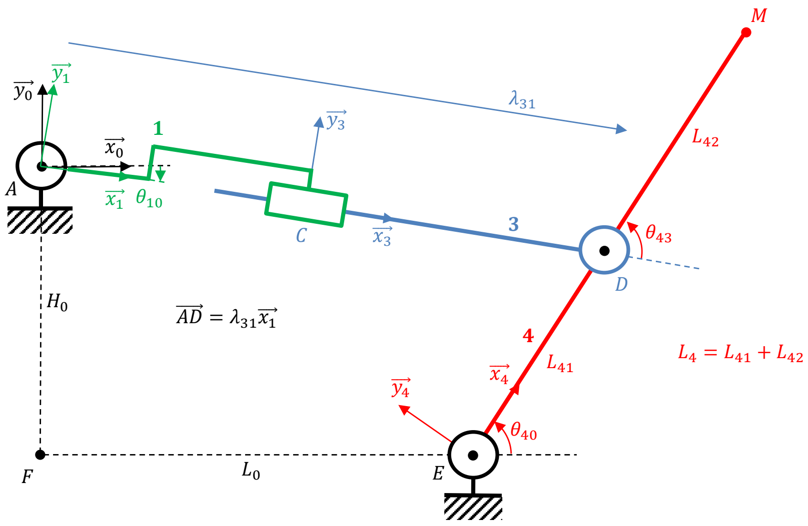

FIGURE 1 – Schéma cinématique simplifié du robot Maxipd

Q5) Déterminer les torseurs cinématiques $\{T_c(1/0)\}$, $\{T_c(3/1)\}$, $\{T_c(4/3)\}$ et $\{T_c(4/0)\}$ en des points judicieusement choisis. (2 points)

Q6) Transporter ces torseurs au point E. (2,5 points)

Q7) Exprimer les vecteurs de base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ et $(\vec{x}_4, \vec{y}_4)$ dans la base $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. (1 point)

Q8) Ce problème est-il un problème 2D (justifier) ? Quelles sont les inconnues du problème et combien d'équations avez-vous pour résoudre le problème ? Le problème est-il bien posé ? (1,5 point)

Q9) En utilisant la composition des mouvements, déterminer 3 relations scalaires entre θ_{40}, θ_{43}, θ_{10} et λ_{31}. Montrer que la relation sur les vitesses de rotation correspond à la relation obtenue à la question 4. (1,5 points)

Q10) En combinant les relations obtenues à la question précédente, déterminer une loi entrée sortie entre θ_{40} et λ_{31} faisant intervenir les paramètres du problème (L_{42}) (2 points).

2.2 Statique (21 points)

Dans la partie précédente le système est mobile. Afin de la rentre statique, on suppose que le moteur m exerce sur les solides 1 et 3 respectivement les actions mécaniques décrites par les torseurs :

$$\{F(m \to 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(m \to 3) = F_m \vec{x}_1 \\ \vec{M}_C(m \to 3) = \vec{0} \end{array} \right\}_C, \ \{F(m \to 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}(m \to 3) = -F_m \vec{x}_1 \\ \vec{M}_C(m \to 1) = \vec{0} \end{array} \right\}_C.$$

De plus on considère qu'au point M est attaché une masse sous la forme d'une sphère de rayon R partagée en deux demi-sphères de densités respectives ρ_1 (pour $y_4 > 0$) et ρ_2 (pour $y_4 < 0$) soumis à un champ de gravité $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ (cf figure 2).

Q10) En intégrant les forces de gravité sur cette sphère, déterminer le torseur des actions mécaniques au point M de la gravité sur la pièce 4 $\{F(g \to 4)\}$. (5,5 points).

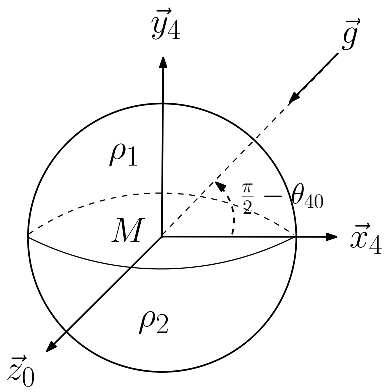

FIGURE 2 – Schéma de la masse attachée au point M

Q11) Ecrire les torseurs des actions mécaniques associés à chaque liaison dans la base b_0. (3,5 points)

Q12) Isoler le solide 1 et écrire le PFS en un point judicieusement choisi. (3 points)

Q13) Isoler le solide 3 et écrire le PFS en un point judicieusement choisi. (3 points)

Q14) Isoler le solide 4 et écrire le PFS en un point judicieusement choisi. (3 points)

Q15) En combinant les résultats obtenus dans les questions précédentes déterminer toutes les inconnues de liaison. (3 points)