

Devoir surveillé du cours Mécanique et Ingénierie

Samedi 18 Novembre

Durée : 2 heures. Sans document ni calculatrice

- Le barème est donné à titre indicatif, il pourra être modifié.
- Si vous rencontrez une erreur dans l'énoncé, mentionnez le sur votre copie et poursuivez l'exercice.
- Le DS est très long, le barème en tient compte, 24 points sont distribués pour une note finale sur 20.
- Bon courage!

1 Questions de cours (3 points)

Q1) Exprimer les coordonnées cylindriques (r, θ, z) en fonction des coordonnées cartésiennes (x, y, z) . (1 point)

Q2) Démontrer la formule de transport des accélération (Rivals), à partir de la formule de transport de la vitesse. (2 points)

2 Exercice de cours : Calcul du volume d'une portion de coque sphérique et torseur des actions mécaniques (6 points)

Q3) En utilisant les coordonnées sphériques (r, θ, φ) et en intégrant le volume élémentaire, calculer le volume d'une portion de coque sphérique telle que $R_a < r < R_b$, $0 < \theta < \pi/4$ et $0 < \varphi < \pi/2$. (1,5 points)

Q4) En supposant que cette portion de sphère est de densité volumique constante ρ_v et que le vecteur gravité \vec{g} est orienté suivant $-\vec{z}$, calculer la résultante des forces de gravité sur cette portion de coque sphérique. (0,5 point).

Q5) Calculer au point O, centre du repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le moment des forces de gravité sur cette portion de coque sphérique. (4 points)

3 Problème : Nacelle de manège (15 points)

On étudie une nacelle de manège dont le schéma est représenté sur la figure 1. La pièce 1 peut translater et tourner autour de l'axe (O, \vec{z}_0) par rapport au bâti 0. La pièce 2 peut tourner autour de l'axe (B, \vec{x}_1) par rapport à la pièce 1. La pièce 3 peut tourner autour de l'axe (C, \vec{z}_2) par rapport à la pièce 2. Le paramétrage retenu est le suivant :

- $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère lié au bâti 0.

- $\mathcal{R}_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ est un repère lié à la pièce 1, avec $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \psi(t)$ et $\vec{OA} = \lambda(t)\vec{z}_0$
- $\mathcal{R}_2 = (B, \vec{x}_2 = \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est un repère lié à la pièce 2, avec $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \theta(t)$ et $\vec{AB} = a\vec{y}_1$ avec a une constante.
- $\mathcal{R}_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_2)$ est un repère lié à la pièce 3, avec $(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = \varphi(t)$ et $\vec{BC} = -b\vec{z}_2$ et $\vec{CD} = c\vec{x}_3$
- a, b, c 3 constantes.

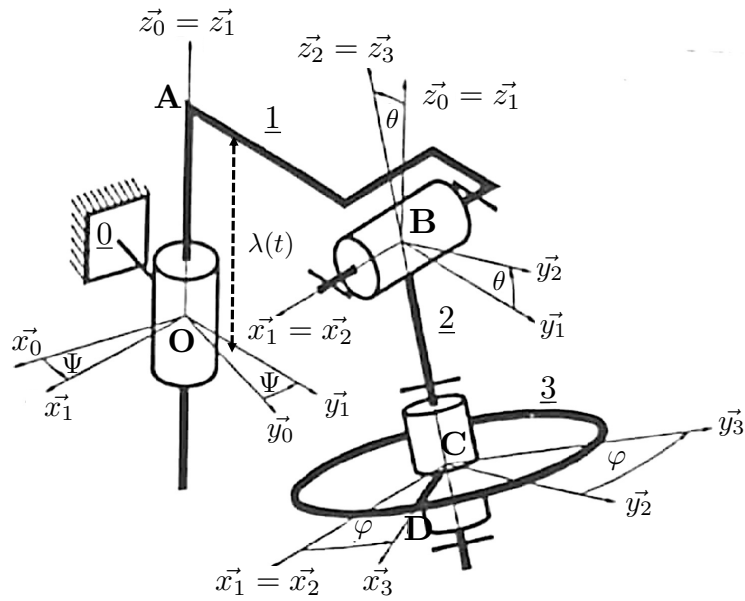


Schéma d'une nacelle de manège

FIGURE 1 – Schéma cinématique d'une nacelle de manège

- Q6) Déterminer les torseurs cinématiques $\{T_c(1/0)\}$, $\{T_c(2/1)\}$ et $\{T_c(3/2)\}$ en des points judicieusement choisis. (2 points)
- Q7) En dérivant le vecteur position \vec{OA} calculer l'accélération $\vec{\Gamma}(A \in 1/0)$. (0,5 points)
- Q8) En utilisant la formule de transport des vecteurs vitesses et accélération (formule de Rivals), calculer $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{\Gamma}(B \in 1/0)$. (2 points)
- Q9) Transporter tous les torseurs cinématiques calculés dans la question Q6 au point D. (5,5 points)
- Q10) En déduire la vitesse $\vec{V}(D \in 3/0)$. (1 point)
- Q11) Calculer la composante suivant \vec{z}_0 de $\vec{V}(D \in 3/0)$ en dérivant la projection du vecteur \vec{OD} suivant \vec{z}_0 (2 points).
- Q12) Retrouver ce résultant en projetant sur \vec{z}_0 l'expression de $\vec{V}(D \in 3/0)$ obtenue à la question 10. (2 points)