

TD N°4 : EFFET PIÉZO-ÉLECTRIQUE

NOTE : DANS CE TD, DES FORMULES QUI N'ONT PAS ENCORE ÉTÉ VUES SONT DONNÉES POUR POUVOIR RÉSOUDRE L'EXERCICE. IL N'EST PAS DEMANDÉ DE LES CONNAÎTRE PAR CŒUR, MAIS DE SAVOIR LES UTILISER

Exercice n°1 : Déformation d'un barreau piézo-électrique.

On considère un barreau de section carrée $a \times a$ et de longueur L . Sur ses deux faces longitudinales, des électrodes ont été collées (figure 1).

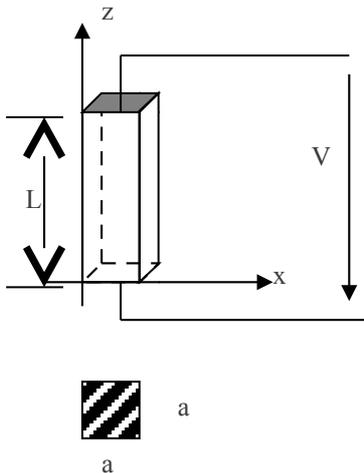


Figure 1

On appelle V la différence de potentiel électrique entre les deux électrodes, E le champ électrique (supposé constant dans le barreau et nul à l'extérieur).

Par ailleurs, une force de norme F appliquée aux deux extrémités du barreau le comprime et un allongement total Δl de l'extrémité du barreau est observée.

L'objectif de ce TD est de calculer l'allongement du barreau puis la réaction électrique de la force F .

Pour cela, nous utilisons les lois de comportement de ce matériau, projetées selon l'axe z :

$$S_z = s_{33}^E T_z + d_{33} E \quad (1)$$

$$D_z = d_{33} T_z + \epsilon_{33}^T E \quad (2)$$

avec T_z la contrainte (en Pa) dans le matériau, S le vecteur déformation D l'induction électrique, s_{33}^E la compliance, d_{33} la constante de charge et ϵ_{33}^T la permittivité.

- Donnez l'expression de E , le champ électrique dans le matériau, en fonction de V et L .
- Donnez l'expression de T_z la contrainte dans le matériau en fonction de F et a . On supposera que T_z est constante.
- A partir des questions a) et b) et de l'équation (1) donnez l'expression de S_z en fonction des paramètres du matériau, de F et V .
- La déformation est la dérivée de l'allongement en chaque point, nous écrivons que :

$$S_z = \frac{d\Delta l}{dz} \text{ qui devient, pour calculer } \Delta l, \Delta l = \int_0^L S_z dz \text{ ; donnez l'expression de } \Delta l.$$

- Application numérique : on donne $a=6\text{mm}$, $L=1\text{mm}$, $V=1000\text{V}$, $F=0$, $d_{33}=300\text{ pC/m}$, $s_{33}^E=16 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2/\text{N}$, $\epsilon_{33}^T=1500 \cdot \epsilon_0$. Calculez Δl . Déterminez ensuite la force maximale telle que $\Delta l=0$.
- On souhaite caractériser à présent le barreau de manière électrique. Pour cela, à partir des question a) b) et de l'équation (2) exprimez le déplacement électrique D_z dans le matériau en fonction de F , V .
- On rappelle (ou on informe) que la charge électrique sous une électrode et le déplacement électrique D sont liées par la formule de Gauss :

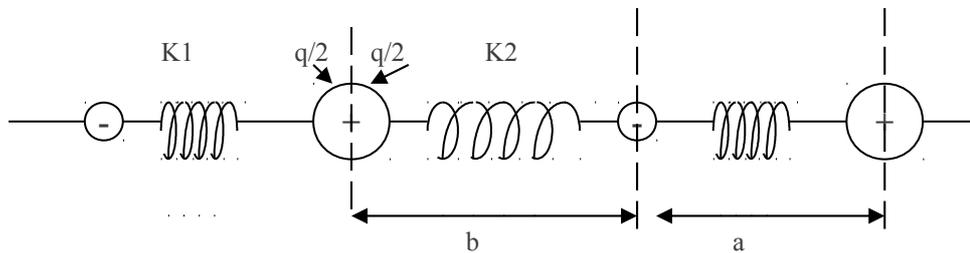
$$Q = \int_S D_z dS$$

Calculez Q , la charge électrique portée par une électrode en fonction de F , V et des paramètres du barreau. Que se passe-t-il si $V=0$? A quoi cela sert il ?

- Application numérique : Calculez Q si $F=1200\text{N}$ et $V=0$.

Exercice n°2 : Explication de l'effet piézo-électrique inverse.

On considère un cristal constitué de couches successives d'ions de deux natures différentes. Ces ions sont répartis sur des rangées identiques, qui n'interfèrent pas entre elles :



Une modélisation simple de cette structure cristalline mono-dimensionnelle consiste à supposer que les deux charges $+q$ et $-q$ de ces ions sont reliées entre elles par l'intermédiaire de ressorts d'élasticité $K1$ et $K2$ comme le montre la figure ci dessus.

- Donnez l'expression du moments dipolaire correspondant à une maille de ce réseau en fonction de q , a et b
- En notant n le nombre de molécules par unité de volume, donnez l'expression de la polarisation P . A quelle condition cette polarisation n'est pas nulle ?
- On note \tilde{a} et \tilde{b} les variations de a et b . Donnez \tilde{P} .
- On suppose à présent que cette maille baigne dans un champ E . Faire un bilan des efforts extérieurs sur l'ion positif. En déduire une expression entre E , \tilde{a} et \tilde{b} et les paramètres q , $K1$ et $K2$.
- La force de la partie gauche sur la partie droite vaut $K1.a$ tandis que la force de la partie droite sur la partie gauche vaut $K2.b$; si on note N le nombre de rangées par unité de surface, on admet que la contrainte T s'écrit

$$\tilde{T} = \frac{N}{2}(K1\tilde{a} + K2\tilde{b})$$

- A partir de la question c), d) et de l'expression précédente, déterminez \tilde{a} et \tilde{b} .
- En déduire l'expression de la variation de la polarisation \tilde{P} .
 - En déduire l'expression de la variation de charge Q . Donnez enfin l'expression de la constante de charge en fonction des paramètres du réseau cristallin.