

## 1 Questions de cours

**Question 1.** Pour chacun des exemples suivants, indiquer si l'énoncé est falsifiable ou pas. Justifier en une phrase.

1. Les trajectoires des planètes sont des ellipses.
2. Dans un cercle euclidien, tous les points sont à la même distance du centre.

**Question 2.** Fermat s'est intéressé aux nombres de la forme  $F_i = 2^{2^i} + 1$ . Il a observé que  $F_1, F_2, F_3$  et  $F_4$  sont premiers. Il a généralisé en proposant l'affirmation : « tous les  $F_i$  sont premiers ». Quel type de raisonnement Fermat a-t-il suivi (répondre en une phrase) ?

**Question 3.** L'affirmation de Fermat est-elle falsifiable (rappeler le sens de ce terme et le nom du philosophe qui l'a popularisé) ?

**Question 4.** Vrai ou faux ? Dans la théorie de Kuhn, la différence entre la période de science normale et la période de crise, c'est qu'en période de science normale, il n'y a aucune anomalie.

**Question 5.** Au XIX<sup>ème</sup> siècle, une crise a touché les mathématiques. Sur quelle notion cette crise portait-elle ?

**Question 6.** Les machines de Turing ont été inventées comme une tentative de modélisation de quelque chose. Quoi ?

**Question 7.** Quel problème l'algorithme de Floyd résout-il ?

**Question 8.** Énoncer la thèse de Church.

**Question 9.** En cours, on a tenu un raisonnement qui conclut qu'il n'existe pas d'algorithme  $A$  prenant en paramètre le codage d'un autre algorithme  $P$ , une donnée  $x$  pour  $P$  et qui retourne *vrai* si  $P(x)$  s'arrête et *faux* sinon.

Quelle est la nature de la difficulté utilisée pour prouver l'inexistence de  $A$  ? Est-ce une difficulté technologique ? Un problème de limitation de la mémoire ? Une difficulté liée à un paradoxe ?

**Question 10.** Au sujet d'une théorie complètement axiomatisée, on peut se poser trois questions naturelles : est-elle complète ? consistante ? algorithmiquement décidable ? Expliquer le sens de chacun de ces termes.

**Question 11.** On considère une propriété  $P$  qu'un entier  $x$  quelconque peut avoir ou ne pas avoir. On suppose  $P$  « algorithmiquement indécidable ». Les énoncés ci-dessous sont-ils vrais ou faux ?

1. Quel que soit  $x$ , il n'existe aucun algorithme qui détermine si  $x$  a la propriété  $P$ .
2. Il n'existe aucun algorithme qui détermine si un entier  $x$  quelconque a la propriété  $P$  (aucun algorithme général) mais il peut exister des algorithmes pour des entiers  $x$  particuliers.

## 2 Analyse de textes

### 2.1 Newton et Clairaut

Dès 1680, Isaac Newton a essayé d'analyser l'orbite lunaire en utilisant la loi de la gravitation universelle (la gravitation est proportionnelle à  $1/d^2$ ) mais il s'est rendu compte que les résultats théoriques calculés ne concordaient pas avec les observations. Pendant 60 ans, les mathématiciens ont essayé de résoudre cette contradiction sans succès. Ce n'est qu'en 1750 que Alexis Clairaut a montré que la modélisation mathématique du problème utilisée par Newton était incorrecte et, qu'avec une meilleure modélisation, les observations s'accordaient beaucoup mieux à la loi de la gravitation universelle.

### 2.2 Électrostatique

Le texte suivant est extrait de [1, page 65].

Dans le domaine de l'électrostatique, les premiers expérimentateurs ont observé que les tiges de métal deviennent collantes lorsqu'on les électrifie (en effet, des petits bouts de papier viennent s'y coller). Aujourd'hui, ces mêmes expériences sont interprétées très différemment, en utilisant une théorie fondée sur des forces attractives ou répulsives agissant à distance.

### 2.3 Le Dialogue sur les deux grands systèmes du monde

1. Galilée est un copernicien. Il publie en 1632 un livre [2] destiné à gagner le grand public éclairé aux idées de Copernic. Ce livre est présenté sous la forme d'un dialogue entre trois personnages. Deux d'entre eux apparaissent ici : *Salviati*, le porte-parole des idées de Galilée et *Simplicio*, qui défend l'autorité d'Aristote. Dans les extraits qui suivent, j'ai très souvent reformulé les phrases initiales, dont les tournures m'ont semblé trop alambiquées pour les lecteurs d'aujourd'hui, en prenant le risque de déformer la pensée de Galilée.

2. Extrait de [2, page 57] (le numéro de page est celui de l'édition italienne de 1632).

SIMPLICIO : Aristote a jugé que les expériences des sens devaient l'emporter sur tout raisonnement fabriqué par l'esprit humain ; il disait que ceux qui nient l'expérience d'un sens méritent d'être châtiés en perdant l'usage de ce sens. Or, on voit bien que la terre et l'eau, étant lourdes, se déplacent naturellement vers le bas, c'est-à-dire vers le centre de l'univers. On voit bien aussi que le feu et l'air se déplacent vers le haut en ligne droite. Comment ne pas admettre alors que le mouvement naturel de la terre est le mouvement rectiligne, vers le centre de l'univers ; et celui du feu, le mouvement rectiligne, à partir de ce centre ?

3. Extrait de [2, pages 168-171].

SIMPLICIO : Imaginons qu'on laisse tomber une pierre du haut du mât d'un navire. Quand le navire est au repos, la pierre tombe au pied du mât. Quand le navire est en route, elle tombe à une distance du pied égale à celle dont le navire a avancé pendant le temps de chute de la pierre.

SALVIATI : Avez-vous jamais fait l'expérience du navire ?

SIMPLICIO : Je ne l'ai pas faite mais je crois que les auteurs qui la présentent en ont fait soigneusement l'observation.

SALVIATI : C'est sans l'avoir faite que vous tenez cette expérience pour certaine. Il est donc fort possible que les auteurs que vous citez s'en soient eux-aussi remis à leurs prédécesseurs, sans qu'on arrive jamais à trouver quelqu'un qui l'ait faite. N'importe qui peut la faire, il trouvera que l'expérience montre le contraire de ce qui est écrit : la pierre tombe au pied du mât, que le navire soit à l'arrêt ou avance à n'importe quelle vitesse.

SIMPLICIO : Et vous, cette expérience, l'avez-vous faite pour en parler avec autant d'assurance ? Car si ni vous ni les autres ne l'ont faite, la discussion est oiseuse puisque, sur une telle question, l'expérience seule peut apporter une décision.

SALVIATI. À ce stade, Salviati répond<sup>1</sup> que l'expérience est inutile. Sans l'avoir jamais faite, il sait à l'avance quel sera son résultat parce qu'on peut trancher la question par un raisonnement.

### 3 La dérive des continents

Le texte qui suit est inspiré de [3].

1. Au XIX<sup>ème</sup> siècle, on pensait que la Terre était à l'origine une masse en fusion et faisait l'objet d'un lent processus de contraction et de solidification. Cette contraction donne naissance aux chaînes montagneuses, à peu près comme les rides sur une pomme qui sèche et se rabougrit. Elle produit aussi une compression générale qui provoque l'affaissement et l'effondrement de certaines parties de la surface de la planète et deviennent des océans, tandis que des continents émergent en blocs compacts. Avec le temps, certaines zones continentales s'affaissent plus rapidement que les autres et se trouvent inondées par la mer, tandis que des

---

1. Le texte original de Galilée n'est pas aussi direct mais peut se comprendre ainsi. Voir [4, pages 214-216].

parties du sous-sol marin remontent parfois pour devenir des terres émergées. Ces fluctuations du niveau marin à l'échelle de la planète expliquent certaines des strates géologiques observées.

2. Le modèle d'une Terre en contraction semblait rendre compte de toute une série de phénomènes géologiques. De nombreux géologues du début du XX<sup>ème</sup> siècle la tenaient pour impossible à réfuter, en l'absence d'expériences dont l'interprétation fût indiscutable.

3. En 1915, Alfred Wegener propose sa théorie de la dérive des continents : un continent unique, la *Pangée*, aurait dérivé depuis 300 millions d'années et se serait peu à peu fragmenté. Cette théorie fut majoritairement rejetée jusqu'aux années 1960-1970.

4. Un important argument de Wegener est d'ordre géophysique : si on étudie statistiquement l'altitude de la surface de la Terre, deux altitudes principales apparaissent (la distribution de l'altitude à la surface de la Terre présente deux pics) : l'une correspond aux continents (pic autour de zéro) et l'autre aux fonds océaniques (pic autour de  $-5000$  mètres). Cette observation concorde parfaitement avec la théorie de Wegener. Elle est incompatible avec l'idée d'affaissements et de soulèvements aléatoires à partir d'une altitude initiale uniforme (l'altitude devrait alors suivre une distribution normale).

5. Wegener était pourtant embarrassé par l'accord quasiment unanime de ses contemporains sur l'origine glaciaire d'une certaine couche rocheuse datant du Carbonifère, proche de Boston. Comme elle se trouvait au cœur d'une zone qui avait été tropicale au Carbonifère (selon sa théorie), il y avait, pour sa théorie, un obstacle fort gênant. Ce n'est que bien plus tard, qu'on a montré que cette couche rocheuse ne présentait aucun des caractères essentiels propres aux dépôts glaciaires. Voir [3, page 141].

6. On avait observé, avant Wegener, une étonnante similitude de la faune et de la flore sur plusieurs continents, qui prouvait qu'il avait dû exister des connexions terrestres entre eux, et on considérait que cette similitude provenait de « ponts transocéaniques » qui seraient apparus entre les continents et auraient ensuite été engloutis. Pour Wegener et ses partisans, ces connexions terrestres s'expliquaient par le fait que les continents, aujourd'hui séparés, se seraient déplacés à partir d'un supercontinent unique.

7. Dans [3, page 154], on lit (les notes en bas de page ont été rajoutées) : « En ce qui concerne les sciences de la Terre, il est clair que c'est la tectonique des plaques<sup>2</sup> qui constitue le paradigme dominant. Si l'on veut caractériser cette révolution conformément à la définition de Kuhn, il est nécessaire de déterminer à quel paradigme la tectonique des plaques est venue se substituer. Mais cela s'avère une entreprise fort ardue.

---

2. La dérive des continents peut être vue comme une version primitive de la tectonique des plaques.

Considérons, par exemple, la question de l'orogénèse<sup>3</sup>. Au début du siècle, les chercheurs hostiles à l'hypothèse de la dérive des continents adoptaient sur cette question des points de vue divers et inconciliables entre eux. [Suit une description de différents points de vue]. Les explications apportées à ces différents phénomènes étaient à chaque fois des explications *ad hoc*. L'accord n'arrivait même pas à se faire sur le type de preuves qui permettraient de choisir entre les hypothèses rivales. »

## Références

- [1] Alan F. Chalmers. *Qu'est-ce que la science ?* Le Livre de Poche, Paris, 1987. Titre original : What is this Thing Called Science? An Assessment of the Nature and the Status of Science and its Methods (1976).
- [2] Galileo Galilei. *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*. Sources du savoir. Seuil, 1992. Traduction de l'édition originale en Italien de 1632.
- [3] Anthony Hallam. *Une révolution dans les sciences de la Terre (de la dérive des continents à la tectonique des plaques)*, volume 5 of *Points Sciences*. Éditions du Seuil, Paris, 1976. Titre original : A Revolution in the Earth Sciences : From Continental Drift to Plate Tectonics (1973).
- [4] Alexandre Koyré. *Études galiléennes III. Galilée et la loi d'inertie*, volume 854 of *Histoire de la Pensée*. Hermann & Cie, 1939.

---

3. Le mécanisme de formation des montagnes.