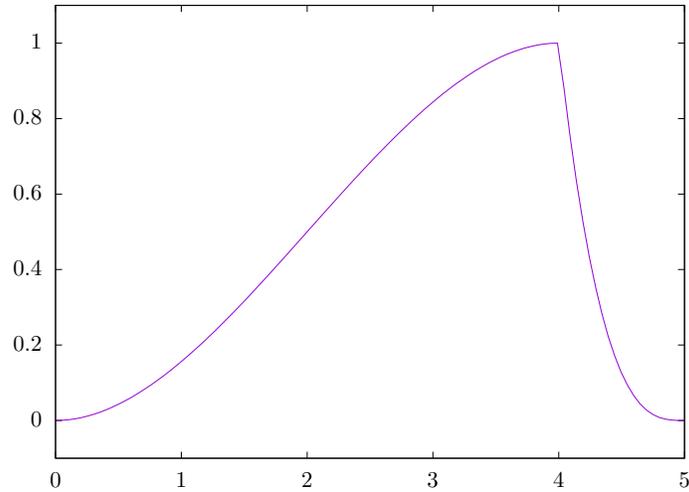


1 Interpolation (7 points)

La courbe ci-dessous représente (très schématiquement) un courant électrique dû à la migration d'ions potassium à travers une membrane.



Cette courbe est définie par trois points

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Les pentes des tangentes à la courbe sont nulles aux points 1 et 3. Au niveau du point 2, la courbe arrive depuis la gauche avec une pente nulle et repart avec une pente -3 .

Question 1 [1 pt]. La courbe vous semble-t-elle C^0 ? C^1 ? C^2 ? C^∞ ? Justifier.

Question 2 [3 pts]. Expliquer comment il est possible d'obtenir la formule recherchée en adaptant une méthode étudiée en cours. Expliquer la méthode utilisée, montrer éventuellement comment la formule finale peut s'obtenir en résolvant un certain système d'équations, mais ne pas mener les calculs jusqu'au bout.

Question 3 [3 pts]. Appliquer la formule de Lagrange aux trois points. Le résultat obtenu vous semble-t-il convenir pour obtenir une courbe comparable à celle de la figure ?

2 Intégrales (2 points)

Question 4 [2 pts]. Approximer l'aire définie par les points suivants par la formule des trapèzes composites et celle de Simpson composite.

x_i	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y_i	-2	-1	2	4	3	2	1

3 Programmation en FORTRAN (7 points)

On considère la fonction suivante, réalisée lors du projet :

```
SUBROUTINE CALCUL_Y1 (N, X0, Y0, H, S, LDA, A, B, C, LDK, K, Y1)
  INTEGER N, S, LDA, LDK
  DOUBLE PRECISION X0, Y0(*), H,
  $           A(LDA,*), B(*), C(*), K(LDK,*), Y1(*)
  DOUBLE PRECISION TMP(N)
```

Question 5 [1 pt]. Qu'est-ce que cette fonction calcule (détailler en quelques phrases) ?

Question 6 [1 pt]. Quel est le rôle du \$?

Question 7 [2 pts]. À quoi correspondent les paramètres formels ? signification ? mode de passage : donnée ? donnée-résultat ? résultat ?

Question 8 [3 pts]. On suppose que la variable i contient un numéro d'étage. Donner les instructions qui réalisent l'opération suivante :

$$tmp = y_0 + h \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} k_j.$$

Il est possible de définir des variables supplémentaires. On rappelle que les vecteurs k_j sont stockés en colonne dans la matrice K .

4 Équations Différentielles (4 points)

On considère le problème de Cauchy suivant :

$$\dot{y}(x) = y(x) - \frac{2x}{y(x)}, \quad y(x_0) = 2.$$

Question 9 [1 pt]. Intégrer ce système avec la méthode d'Euler, en $N = 1$ pas, sur l'intervalle $[x_0, x_{\text{end}}] = [0, 2]$. Bien préciser la fonction f , les points calculés et le pas.

Question 10 [1 pt]. Même question mais en $N = 2$ pas.

Question 11 [2 pts]. Même question, avec la méthode de Runge, en $N = 1$ pas.