

## Travaux pratiques d'optique

TP n° 1: Interférométrie de speckle

TP n° 2: Polarimétrie

TP n° 3 : Propagation de faisceau Gaussien

TP n° 4: Laser Nd:YAG à pompage par diode

Lieu: Bâtiment P1, salles 234 et 236 (au fond du couloir à droite)

Enseignants: François Copie, Christophe Szwaj, Clément Evain, Esben Ravn Andresen

Durée de chaque TP: 3h

Modalités d'examen:

- Examen pratique (oral, dans la salle TP)
- Examen théorique (écrit, documents autorisés)

# TP n° 1: Caractérisation de speckle et application aux mesures interférométriques

Dans ce TP vous allez créer, analyser et utiliser un speckle. Le speckle est une figure d'interférences mettant en jeu un très grand nombre d'ondes qui interfèrent (cf. annexe et cours XX) (les mesures se feront donc en regardant des statistiques). Après avoir créé un speckle, vous allez le modifier et le caractériser en mesurant la *taille minimale* des grains qui le composent. Dans une deuxième et troisième partie, vous utiliserez le speckle, associé à un traitement d'images, pour mesurer des déplacements d'objets (à l'échelle de la longueur d'onde) placés sur le chemin optique (les parties théoriques associées à ces expériences sont en annexe). Ces techniques sont utilisées en ingénierie pour des mesures non-destructives de déplacement d'objets.

## Compte-rendu

Chaque étudiant doit réaliser un compte-rendu sur papier libre (1 page recto/verso). Celui-ci doit être validé par l'enseignant en fin de la séance et doit contenir:

« Taille de grains de speckle » (§ 1.1) :

- Tableau avec  $D$  en mm ;  $\epsilon$  mesuré en pixel et en  $\mu\text{m}$  ; et  $\epsilon$  théorique en  $\mu\text{m}$ .
- Le résultat d'un fit linéaire aux données.

« Mesure de déplacement transverse par interférométrie à deux ondes » (§ 1.2) :

- Tableau avec le déplacement de la calque en  $\mu\text{m}$  ; l'interfrange en pixels et en  $\mu\text{m}^{-1}$  ; le déplacement calculé à partir de l'interfrange en  $\mu\text{m}$ .

« Mesure de déformation hors plan par interférométrie de speckle » (§ 1.3) :

- Tableau avec les positions des franges brillantes en pixels et en  $\mu\text{m}$  ; le déplacement hors-plan en  $\mu\text{m}$ .
- Une courbe qui montre le déplacement hors-plan en fonction de la position sur le lame.

## Matériel à disposition

- Laser Hélium-Néon (HeNe) de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$
- Télescope comportant un objectif de microscope et une lentille de collimation
- Papier calque sur platine de déplacement
- Diaphragme réglable
- Réflecteur métallique dépoli
- Lame séparatrice

- Lame sous contrainte variable
- Caméra CCD avec objectif
- Ordinateur

# 1 Exercices

## 1.1 Caractérisation de la taille des grains de speckle

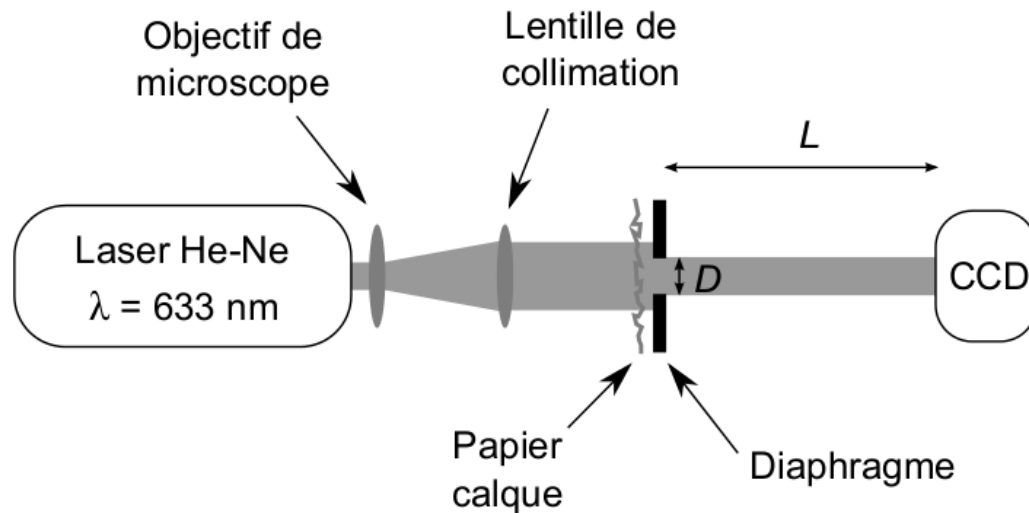


FIG. 1 – Schéma du montage expérimental.

Le montage expérimental est celui présenté en Figure 1. Voir Annexe 2.2 pour la théorie associée. On éclaire un papier calque par un faisceau parallèle de lumière cohérente issue d'un laser HeNe. Le papier calque est notre milieu diffuseur. La surface "active" du dépoli est déterminée par le diamètre du diaphragme réglable, noté  $D$ . La figure de speckle est observée au moyen d'une caméra CCD dont on a retiré l'objectif. Les caractéristiques principales de la caméra sont les suivantes :

- Nombre de pixels :  $1280 \times 1024$
- Dimension d'un pixel :  $4.65 \mu\text{m} \times 4.65 \mu\text{m}$ .

À partir des images enregistrées on peut mesurer le diamètre des grains de speckle soit directement sur l'image, soit en effectuant la transformée de Fourier (TF) de l'image. C'est cette dernière méthode que nous utiliserons.

Nous allons étudier ici l'influence de la taille du diaphragme sur la taille des grains de speckle (Eq. 1), à une distance caméra-diaphragme  $L$  fixe et égale à 1 m. La procédure à suivre pour effectuer cette mesure est la suivante :

- Brancher la caméra et ouvrir les logiciels `usb480viewer` et `ImageJ`. Lancer l'acquisition live dans `usb480viewer`.
- Après avoir réalisé le montage de la Fig. 1, régler les paramètres de la caméra afin d'obtenir une image suffisamment intense et non saturée sur la caméra (onglet `Properties`>`Exposure time`).

- Enregistrer l'image au format `jpeg` et l'ouvrir dans `ImageJ`.
- Calculer la FFT à l'aide du logiciel `ImageJ`. Pour cela, utiliser le menu `Process>FFT`.
- Moyenner l'image sur 5 pixels. Pour cela, utiliser le menu `Process>Filters>Mean` et indiquer 5 pixels.
- Tracer une ligne à travers la tâche centrale avec le marqueur linéaire du menu principal.
- Tracer le profil en utilisant le menu `Analyze>Plot profile`. Le fichier de données peut être sauvegardé au format `xls` si besoin.
- Mesurer la demi-largeur à mi-hauteur du spectre en pixels, et en déduire la taille moyenne des grains en suivant la procédure décrite en Annexe 2.5.
- Utilisant `Excel`, tracer l'évolution de la taille des grains de speckle  $\epsilon$  en fonction de  $L/D$  pour cinq valeurs de diamètre du diaphragme  $D$  comprises entre 2 mm et 14 mm (utiliser les grandeurs adéquates pour obtenir une représentation linéaire). La valeur de  $D$  doit être mesurée avec soin à l'aide de la règle graduée. Réaliser un fit linéaire et comparer avec la loi théorique donnée par l'Eq. 1.

## 1.2 Mesure de déplacement transverse

On utilise le montage en Fig. 1. Voir Annexe 2.3 pour la théorie associée. On place la CCD à  $L \approx 1$  m du diaphragme et on règle l'ouverture du diaphragme  $D$  de telle sorte que les plus fins détails des grains soient enregistrés par au moins 6 pixels, ce qui correspond à une taille de grains de l'ordre de  $30 \mu\text{m}$ .

- Enregistrer une première image à la caméra.
- Ensuite, déplacer transversalement le papier calque d'environ  $200 \mu\text{m}$  à l'aide de la vis micrométrique, puis enregistrer la deuxième image.
- A l'aide du logiciel `ImageJ`, effectuer l'addition de ces deux images (menu `Process>Image calculator>Add`; il est important de cocher la case `32-bit`). Calculer la FFT de cette somme (il est important de cocher la case `32-bit`), puis effectuer le moyennage sur 5 pixels comme précédemment. On observe alors une modulation spectrale par des franges rectilignes (due au terme en  $\cos$  dans l'Eq. 5). A l'aide de la procédure décrite en Annexe 2.5, mesurer l'interfrange  $i$ , puis en déduire le déplacement transversal  $h$ .

## 1.3 Mesure de déformation hors plan par interférométrie de speckle

On utilise le montage de la Fig. 2. Voir Annexe 2.4 pour la théorie associée.

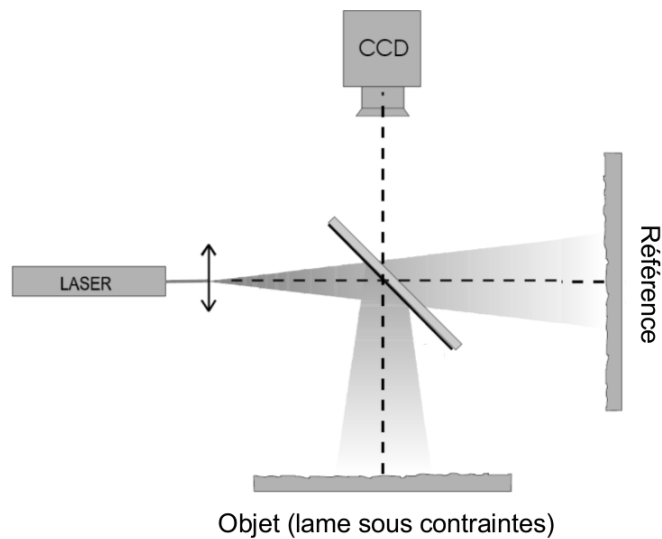


FIG. 2 – Schéma de principe de l'interférométrie de Michelson.

- Réaliser le montage schématisé sur la Fig. 2 en remplaçant l'objet par la lame sous contrainte déjà placée sur la table optique.
- Placer la caméra CCD munie de son objectif sur la table optique. Dans un premier temps, l'alignement peut être vérifié à la caméra en lumière blanche (avec la lampe). Ajuster le grandissement de l'objectif de la caméra afin d'obtenir une image de la lame sur l'ensemble de la CCD.
- Enregistrer l'image de la lame en lumière blanche, et réaliser la calibration (conversion pixel - distance), sachant que la largeur de la lame vaut 1.8 mm.
- Une fois l'alignement réalisé, éclairer l'interféromètre avec le faisceau laser, comme illustré sur Fig. 2.
- Appliquer une légère contrainte sur la lame à l'aide de la vis micrométrique, puis acquérir l'image en sortie de l'interféromètre. Celle-ci servira de référence et correspond donc à l'état 1.
- Appliquer une très légère contrainte supplémentaire sur la lame à l'aide de la vis micrométrique, puis acquérir la nouvelle image, qui correspond à l'état 2.
- Remarque: On souhaite observer typiquement une dizaine de franges sombres sur la longueur de la lame. Sachant qu'un interfrange correspond à un déplacement de  $\lambda/2$ , calculer le déplacement typique à appliquer à l'aide de la vis (avec, ici,  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ).
- Utiliser le logiciel ImageJ pour effectuer la soustraction des deux images (Process>Image calculator>difference; il est important de cocher la case 32-bit). Cette image, correspondant à  $|I_2 - I_1|$ , fait apparaître des franges

le long de la lame. On suppose que la vis de serrage est un point fixe, et peut donc être prise comme origine en  $x$  et en  $z$  (voir Fig. 5).

- En utilisant la calibration précédemment réalisée, tracer la déformation de la lame en fonction de sa longueur (mesurée par rapport à la vis de serrage), qui correspond à  $\zeta(x)$ .

## 2 Annexes

### 2.1 Présentation du speckle

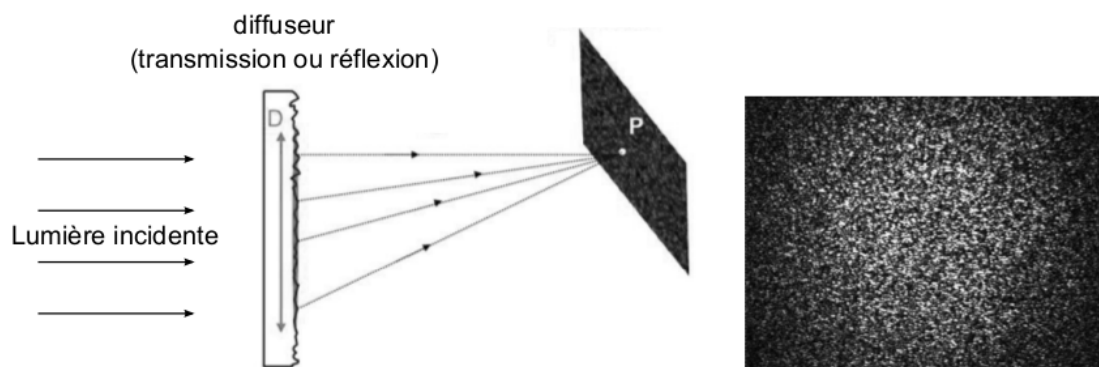


FIG. 3 – (Gauche) Principe de formation d'un speckle. (Droite) Photo d'un speckle.

Lorsqu'un laser éclaire un objet diffusant, un verre dépoli par exemple, les murs de la pièce illuminée se recouvrent alors de taches claires et sombres distribuées aléatoirement. Il s'agit de granularité laser (comme illustré sur la Figure 3). Ces "grains" de lumière sont des tavelures, (anglais: "speckles"), et cette figure de speckle est nette partout dans le champ et ce quelle que soit la distance d'observation. Tous les points du dépoli diffusent la lumière laser et tous ses points sont cohérents. Ces interférences aléatoires à ondes multiples forment la figure de speckle. Les plus fins détails de cette figure de speckle, les "grains" les plus fins, ont des tailles quasiment identiques. Elles ne dépendent que des dimensions de la surface de l'objet éclairé et de l'instrument d'optique au moyen duquel on l'observe (œil, appareil photographique, lentille...) comme nous allons le voir maintenant.

### 2.2 Théorie: Taille des grains de speckle

Nous allons ici nous intéresser au cas de la figure de speckle due à un dépoli éclairé par un faisceau laser. On observe directement les speckles sur un écran (on peut

enregistrer les speckles en remplaçant l'écran par un capteur CCD) sans l'intermédiaire d'une lentille ou autres.

Le laser éclaire le diffuseur sur une surface de dimension transverse notée  $D$  (le diamètre du diaphragme). À une distance suffisamment grande de diaphragme, on observe la Transformée de Fourier du champ électrique à la sortie du diaphragme (voir cours). En conséquence, la taille des grains observés sur la camera sont inversement proportionnels à  $D$ . Plus précisément, ils sont de l'ordre de

$$\lambda \times \frac{L}{D} \quad (1)$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde du laser, et  $D$  la distance entre le diaphragme et la caméra.

### 2.3 Théorie: Mesure de déplacement transverse

En lumière parallèle, lorsqu'on translate le dépoli transversalement d'une quantité  $h$  selon l'axe transverse  $x$  (au moyen de la vis micrométrique), la figure de speckle enregistrée sur la CCD subit également une simple translation identique (avec  $h \ll D$ ). Si on note  $D(x',y')$  la distribution de l'intensité de la figure de speckle dans le plan de la CCD, après une translation de  $h$  du dépoli selon l'axe  $x$ , on enregistre la distribution  $D_h(x',y')$  telle que :  $D_h(x',y') = D(x' - h, y')$

En superposant ces deux images, on obtient une figure d'intensité:

$$I(x',y') = D(x' - h, y') + D(x', y') \quad (2)$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$I(x',y') = D(x',y') \otimes [\delta(x',y') + \delta(x' - h, y')] \quad (3)$$

La TF  $I^*(u,v)$  de cette distribution d'intensité vaut:

$$I^*(u,v) = D^*(u,v)[1 + e^{j2\pi \cdot u \cdot h}] = 2D^*(u,v)e^{j\pi \cdot u \cdot h}[\cos(\pi \cdot u \cdot h)] \quad (4)$$

Son module (affiché à l'écran) prend la forme:

$$|I^*(u,v)| = 2|D^*(u,v)| |\cos(\pi \cdot u \cdot h)| \quad (5)$$

Cette image dans l'espace de Fourier correspond à la TF d'une figure de speckle modulée par des franges rectilignes. Cette modulation en  $|\cos(\pi \cdot u \cdot h)|$  donne donc un interfrange en  $1/h$ . La mesure de cet interfrange dans l'espace de Fourier permet donc de déterminer le déplacement transversal  $h$ .



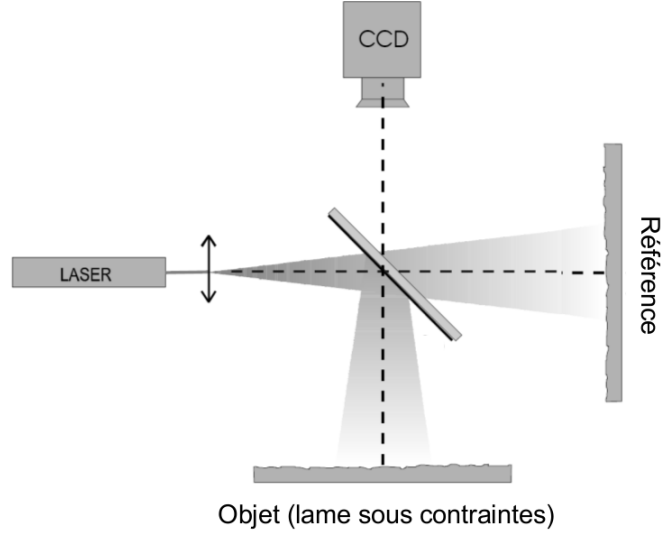


FIG. 4 – Montage expérimental de l'interféromètre de Michelson.

## 2.4 Théorie: Mesure de déformation hors plan par interférométrie de speckle

La mesure de déplacements micrométriques hors plan est réalisée à l'aide d'un montage optique du type interféromètre de Michelson schématisé Fig. 4. Pour chaque état de l'objet, l'image enregistrée par le CCD est une matrice de pixels. L'éclairement de chaque pixel résulte de la superposition des grains de speckle de la lame de référence et de la lame objet. C'est une figure d'interférences entre :

- le faisceau d'intensité  $I_{\text{OBJ}}$  diffusé par un point (élément de surface) de l'objet qu'on cherche à caractériser;
- le faisceau d'intensité  $I_{\text{REF}}$  diffusé par un point de la lame de référence.

Ici, l'objet à caractériser est une lame métallique mise sous contrainte à l'aide d'une vis micrométrique. On cherche à mesurer la déformation subie par la lame entre un état initial noté 1 et un état final noté 2 obtenu après une (faible) déplacement de la vis micrométrique (voir schéma Fig. 5). Si on note  $\zeta = z_2 - z_1$  la déformation en  $z$ , on cherche à mesurer  $\zeta(x)$ . Supposons qu'à l'état 1, la lame soit déjà légèrement décalée d'une quantité  $z_1$  par rapport à la verticale (vis légèrement en appui). Chaque pixel reçoit alors un flux (ou intensité) du type :

$$I_1 = I_{\text{REF}} + I_{\text{OBJ}} + 2\sqrt{I_{\text{REF}}I_{\text{OBJ}}}\cos\left(\phi_{\text{REF}} - \phi_{\text{OBJ}} + \frac{4\pi z_1}{\lambda}\right) \quad (6)$$

où  $\phi_{\text{REF}}$  et  $\phi_{\text{OBJ}}$  sont à considérer comme des déphasages aléatoires (entre 0 et  $2\pi$ ) et  $4\pi z_1/\lambda$  est le déphasage supplémentaire due au décalage initial par rapport à

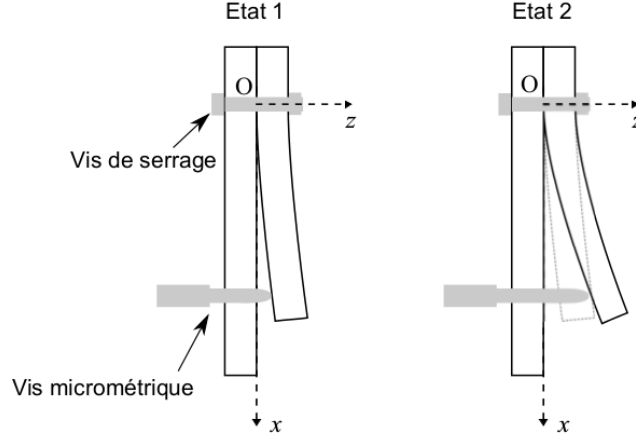


FIG. 5 – Schéma de la lame avant (état 1) et après (état 2) la déformation à l'aide de la vis micrométrique.

la verticale. Dans l'état 2 (après une déformation supplémentaire), ce déphasage vaut  $4\pi z_2/\lambda$  et l'intensité reçue par un pixel vaut alors :

$$I_1 = I_{\text{REF}} + I_{\text{OBJ}} + 2\sqrt{I_{\text{REF}}I_{\text{OBJ}}} \cos\left(\phi_{\text{REF}} - \phi_{\text{OBJ}} + \frac{4\pi z_2}{\lambda}\right) \quad (7)$$

On peut obtenir la valeur de  $z_2 - z_1$  en effectuant la différence d'intensité entre les états 1 et 2, qui vaut :

$$|I_2 - I_1| = \left| 4\sqrt{I_{\text{REF}}I_{\text{OBJ}}} \sin\left(\phi_{\text{OBJ}} - \phi_{\text{REF}} - \frac{2\pi(z_2 + z_1)}{\lambda}\right) \sin\left(\frac{2\pi(z_2 - z_1)}{\lambda}\right) \right| \quad (8)$$

Ce calcul peut être effectué pixel par pixel directement avec le logiciel de traitement d'image ImageJ. On voit alors apparaître des franges sombres le long de la lame (suivant  $z$ ). D'après l'équation 8, on montre que les pixels noirs (correspondant à  $I_2 - I_1 = 0$ ) sont obtenus lorsque  $z_2 - z_1 = p\frac{\lambda}{2}$ , avec  $p$  entier. La différence entre deux franges sombres consécutives correspond alors à une déformation  $\Delta z = \lambda/2$ . Ainsi, la valeur de  $z_2 - z_1$  peut alors être déterminée tout le long de la lame, suivant l'axe  $z$ , ce qui permet de tracer  $\zeta(x)$ .

## 2.5 Conversion des dimensions de l'espace réel vers l'espace de Fourier

Afin de calculer les FFT des images, le logiciel ImageJ place l'image dans une matrice de  $2048 \times 2048$  pixels. Dans l'espace réel, ceci correspond à une largeur totale d'image de  $L_{\text{Reelle}} = 2048 \times 4.65 \mu\text{m}$  (la distance entre deux pixels dans

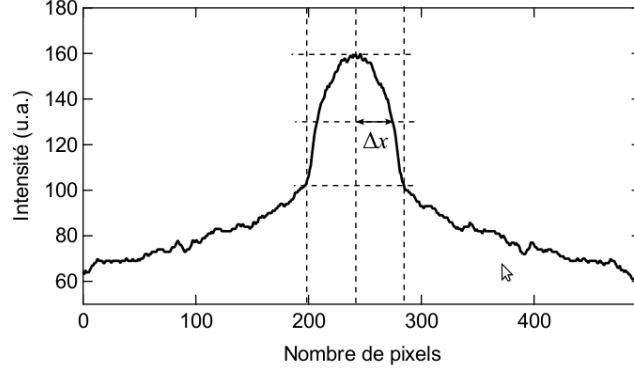


FIG. 6 – Mesure de la demi-largeur à mi-hauteur de la tâche centrale du spectre.

l'espace réel étant  $d = 4.65 \mu\text{m}$  ). Ainsi, dans l'espace de Fourier, la distance  $d_{\text{Fourier}}$  entre deux pixels vaut

$$d_{\text{Fourier}} = 1/L_{\text{Reelle}} = 1/(2048 \times 4.65)\mu\text{m}^{-1}. \quad (9)$$

Dans § 1.1, on cherche à mesurer la demi-largeur à mi-hauteur de la tâche centrale, notée  $\Delta\nu$ , correspondant à la taille moyenne des grains de speckle. La première étape consiste à mesurer cette grandeur en pixels, notée  $\Delta x$  (voir Fig. 6), directement sur le profil obtenu dans ImageJ (cf texte). La conversion en  $\mu\text{m}^{-1}$  se fait alors en utilisant la relation :

$$\Delta\nu = \Delta x \cdot d_{\text{Fourier}} = \frac{\Delta x}{2048 \times 4.65}\mu\text{m}^{-1} \quad (10)$$

La taille moyenne des grains de speckle dans l'espace réel vaut alors

$$\epsilon = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (11)$$

Dans la § 1.2, on cherche à mesurer l'interfrange  $i$  dans l'espace de Fourier, pour en déduire la valeur du déplacement  $h$  . De la même façon, on mesure l'interfrange en pixels, noté  $i_{\text{pixels}}$  , pour en déduire l'interfrange  $i$  en  $\mu\text{m}^{-1}$  par :

$$i = i_{\text{pixels}} \cdot d_{\text{Fourier}} = \frac{i_{\text{pixels}}}{2048 \cdot 4.65}\mu\text{m}^{-1}. \quad (12)$$

Le déplacement dans l'espace réel vaut alors

$$h = \frac{1}{i}. \quad (13)$$

# TP n°2 : Polarimétrie

Dans ce TP, vous allez monter puis utiliser un système optique simple pour analyser la polarisation d'un rayonnement lumineux. Vous utiliserez ce système optique pour observer comment les éléments de base (lames biréfringentes  $\lambda/4$  et  $\lambda/2$ ) modifient la polarisation du rayonnement, et vous comparerez vos mesures avec la théorie (cf. annexe). Dans une dernière partie, vous monterez un système permettant de moduler l'intensité lumineuse d'un laser à des fréquences très élevées (jusque plusieurs dizaines de mégahertz) (et donc pouvant être utile pour les télécommunications).

La polarisation de la lumière sera abordée en M1 (cours d'optique), et la modulation électro-optique et ses applications seront abordés en M1 dans l'unité optionnelle UE12 : Mesures optiques.

## Compte-rendu

Chaque étudiant doit réaliser un compte-rendu sur papier libre (1 page recto/verso). Celui-ci doit être validé par l'enseignant en fin de la séance et doit contenir :

« Loi de Malus » (§ 1.1) :

- Argument que vous avez vérifié la loi de Malus
- L'état de polarisation du laser

« La lame  $\lambda/2$  » (§ 1.2) :

- Procédé pour repérer les axes neutres d'une lame d'onde
- Rappel du rôle de la lame  $\lambda/2$
- Schéma qui indique l'état de polarisation avant et après la lame  $\lambda/2$  pour plusieurs orientations entre  $\theta$  et  $\theta + \pi/4$

« La lame  $\lambda/4$  » (§ 1.3) :

- Rappel du rôle de la lame  $\lambda/4$
- Schéma qui indique l'état de polarisation avant et après la lame  $\lambda/4$  pour plusieurs orientations entre  $\theta$  et  $\theta + \pi/4$
- La valeur exacte du déphasage de la lame déduit de vos mesures

« Modulation électro-optique par effet Pockels » (§ 2.1) :

- Une esquisse de la fonction de transfert du modulateur ; indication de  $V_\pi$  et sa valeur

## Matériel à disposition

Le dispositif expérimental pour étudier les lames de phase passives comporte :

- Un laser Hélium-Néon (HeNe)

- Un rail optique de longueur  $L = 1$  m
- Des lames de phase ( $\lambda/2$ ,  $\lambda/4$ ) montées sur des chariots
- Un analyseur (polariseur) monté sur un chariot
- Un photodétecteur (PD)
- Un oscilloscope
- Un ordinateur portable

Pour l'étude de la lame de phase active, le modulateur électro-optique, on dispose également de :

- Générateur basse fréquence (GBF)
- Alimentation haute tension (HT)
- Modulateur électro-optique (basé sur un cristal de quartz d'épaisseur 2 mm et longueur 80 mm)
- Amplificateur basse tension (BT)
- Haut-parleurs

## 1 Exercices : Lames de phase passives

### 1.1 L'analyseur

Pour cet Exercice, saisir les données dans le template dans le fichier TP\_Polar.xls

- Réaliser le montage de Fig. 1.
- Relever la tension mesurée par le photodétecteur (PD, sur Fig. 1) sur l'oscilloscope et tracer son évolution en fonction de l'angle de l'analyseur,  $V_{PD}=f(\theta_{analyseur})$ .
- Comparer avec la loi de Malus (cf Annexe 4).
- Quel est l'état de polarisation du laser ?
- *Remarque* : L'intensité émise par le laser est parfaitement constante dans le temps. D'où provient un éventuel fond de lumière parasite sur la trace à l'oscilloscope, qui demeure si on éteint le laser. Est-ce problématique ? Si oui, proposer une solution.



FIGURE 1 – Schéma du dispositif expérimental. PD : Photo-Détecteur.

## 1.2 La lame $\lambda/2$

Pour cette Exercice, saisir les données dans le template dans le fichier TP\_Polar.xls

- Réaliser le montage de la Fig. 2.
- Repérer les axes neutres de la lame
- Relever la tension mesurée par le photodétecteur sur l'oscilloscope et tracer son évolution en fonction de l'angle de l'analyseur,  $V_{PD}=f(\theta_{analyseur})$ . Faire cela pour deux orientations différentes de la lame  $\lambda/2$ , par exemple  $\theta_{\lambda/2} = 30$  et 45 degrés. (Est-ce que vous avez déjà effectué une mesure correspondant à  $\theta_{\lambda/2} = 0$  degrés?)
- Rappeler le rôle de la lame  $\lambda/2$ . Faire des schémas de l'état de polarisation avant et après la lame (cf Fig. 3). Le rôle de la lame  $\lambda/2$  est-il bien celui prédit par la théorie (cf Annexe 5)?
- Que se passe-t-il si on retourne la lame d'onde?

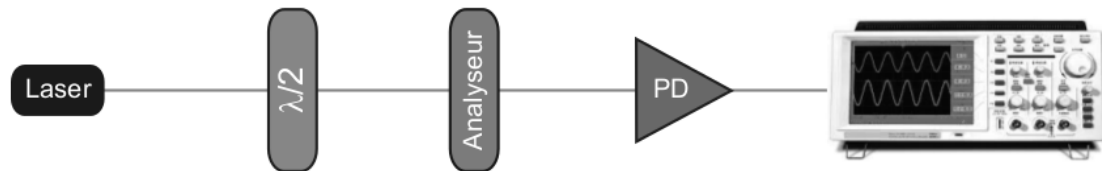


FIGURE 2 – Schéma du dispositif expérimental. PD : Photo-Détecteur.

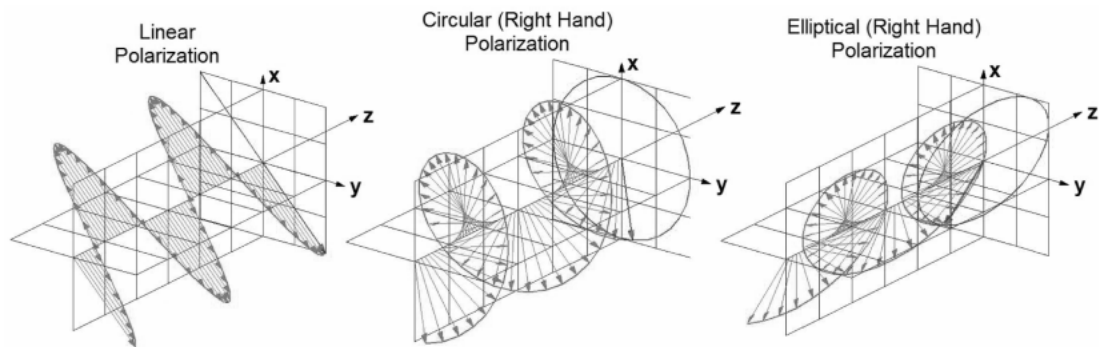


FIGURE 3 – Schéma de différents états de polarisation : rectiligne; circulaire (droite); elliptique (droite).

## 1.3 La lame $\lambda/4$

Pour cet Exercice, saisir les données dans le template dans le fichier TP\_Polar.xls

- Réaliser le montage de la Fig. 4.

- Repérer les axes neutres de la lame
- Relever la tension mesurée par le photodétecteur sur l'oscilloscope et tracer son évolution en fonction de l'angle de l'analyseur,  $V_{PD}=f(\theta_{analyseur})$ . Faire cela pour des différentes orientations différentes de la lame  $\lambda/4$ , par exemple,  $\theta_{\lambda/4} = 22.5$ , et 45 degrés. (Est-ce que vous avez déjà effectué une mesure correspondant à  $\theta_{\lambda/4} = 0$  ?)
- Rappeler le rôle de la lame  $\lambda/4$ . Faire des schémas de l'état de polarisation avant et après la lame (cf Fig. 3).
- Le rôle de la lame  $\lambda/4$  est-il bien celui prédit par la théorie (cf Annexe 5) pour une lame avec un déphasage de  $\pi/2$  ?
- Le cas échéant, déduire une valeur plus précise du déphasage de la lame.

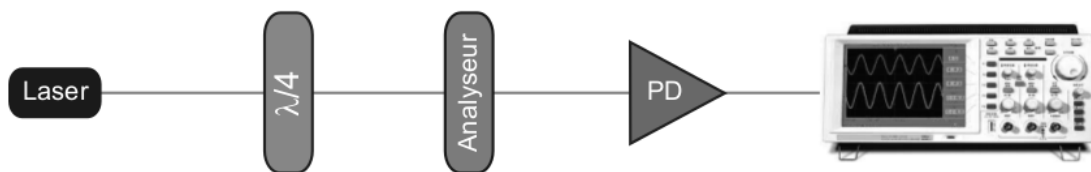


FIGURE 4 – Schéma du dispositif expérimental. PD : Photo-Détecteur.

## 2 Exercices : Lame de phase active

### 2.1 Mesure de la fonction de transfert d'un modulateur électro-optique

Le montage final est représenté sur la Fig. 5. On peut montrer que ce montage permet de convertir une variation de tension en variation d'intensité lumineuse. On utilise l'effet électro-optique (effet Pockels) :

- Une variation de la tension appliquée sur le cristal du modulateur électro-optique est convertie en variation de la biréfringence du cristal.
- La biréfringence est convertie en variation de l'état de polarisation du faisceau lumineux incident.
- La variation de polarisation est convertie en variation d'intensité lumineuse par l'analyseur.
- La variation d'intensité lumineuse peut être détectée par un photodétecteur qui la convertit en variation de courant ou tension.

Nous ne rentrerons pas dans le détail de l'effet Pockels dans ce TP, il sera utilisé comme un outil.

Pour réaliser le montage de la Fig. 5, retirer tous les composants et suivez le mode opératoire suivant :

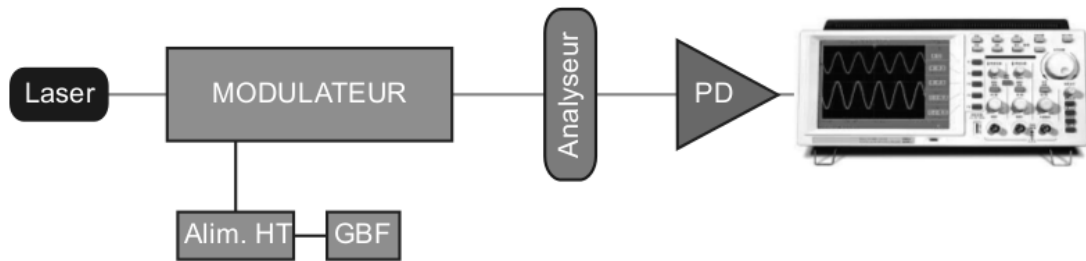


FIGURE 5 – Schéma du dispositif expérimental. GBF : Générateur Basse Fréquence, PD : Photo-Détecteur. Orientation des éléments : L'analyseur est perpendiculaire à la polarisation du laser ; l'axe neutre du modulateur à 45 degrés.

- Insérer l'analyseur ; l'orienter perpendiculairement à la polarisation du laser (extinction maximale).
- Insérer le modulateur ; le tourner pour jusqu'à trouver un axe neutre ; puis tourner encore 45 degrés.

Nous allons maintenant mesurer la fonction de transfert du modulateur.

- Allumer l'alimentation haute-tension
- Tracer la tension du photodétecteur en fonction de la tension appliquée au modulateur (bouton noir sur l'alimentation HT) ; c'est la fonction de transfert  $V=f(V_{HT})$ . Vous devez obtenir une courbe en  $\cos^2$  (utiliser le template dans le fichier TP\_Polar.xls).
- Mesurer la tension correspondant à un déphasage de  $\pi$  ( $V_\pi$ ). Comparer avec la valeur théorique (cf Annexe 6).

## 2.2 Modulation d'intensité d'un signal alternatif

Expérience à faire si le temps le permet.

Pour convertir une modulation de tension en modulation d'intensité lumineuse, on fixe un point de fonctionnement, *i.e.* une tension continue  $u_0$  (bouton noir sur l'alimentation haute tension) et on vient moduler autour de ce point de fonctionnement avec une tension alternative  $u_{alt}$  de plus faible amplitude, ici  $u_{alt}$  sera générée par le GBF.

- Connecter le GBF à l'entrée modulation externe de l'alimentation haute tension (cf Fig. 5).
- Sur le GBF, appliquer un signal sinusoïdal d'amplitude crête-crête 0.5 V et de 1 kHz. Visualiser simultanément le signal appliqué ( $u_{alt}$  du GBF) et le signal transmis (tension du PD, *i.e.* optique) à l'oscilloscope.
- Changer le point de fonctionnement pour se mettre dans le régime de fonctionnement linéaire.



- Mesurer la bande passante du dispositif : Mesurer l'amplitude de la partie alternative de la tension du PD en fonction de la fréquence de modulation ; on peut définir la bande-passante comme la fréquence à laquelle l'amplitude a diminué de la moitié.

Nous allons maintenant mettre en évidence les régimes de fonctionnement non-linéaires.

- Mettre en marche la fonction FFT de l'oscilloscope pour visualiser le signal dans le domaine spectral
- Augmenter la tension  $u_{\text{alt}}$  du GBF. Que se passe-t-il ? Dans le domaine temporel et spectral ?
- Revenir à  $u_{\text{alt}} = 0.5 \text{ V}$ . Faire varier le point de fonctionnement  $u_0$ . Que se passe-t-il ? Dans le domaine temporel et spectral ?

### 2.3 Application à la transmission d'un signal audio

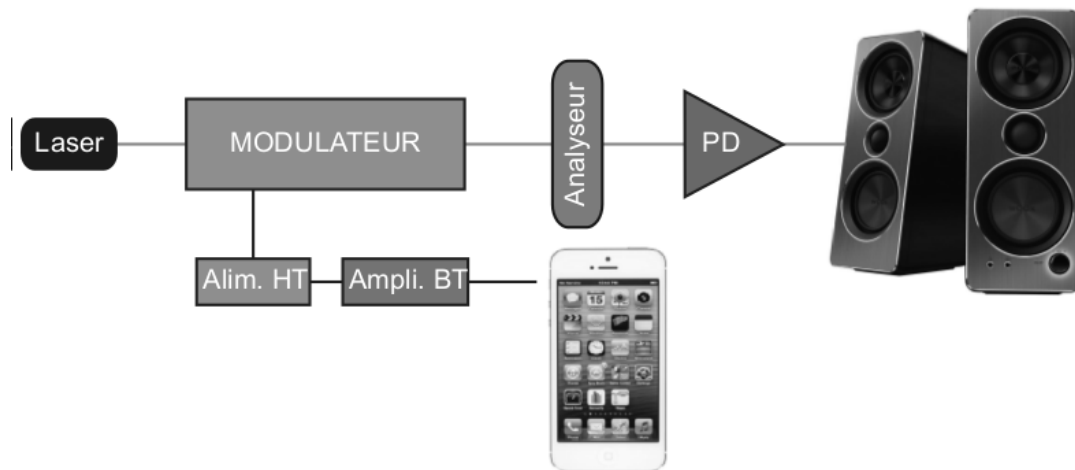


FIGURE 6 – Schéma du dispositif expérimental. PD : Photo-Détecteur.

Expérience à faire si le temps le permet.

- Quelle serait la configuration la plus propice à la transmission d'informations sans déformation ?
- Fixer le point de fonctionnement (tension continue  $u_0$ ) pour obtenir une transmission d'information optimale.
- Remplacer le GBF par une source de musique (téléphone par exemple) qui passe dans un amplificateur (cf Fig. 6). Connecter la sortie du PD sur les haut-parleurs.
- Ecouter le son produit par les haut-parleurs. Est-ce que le signal audio est transmis sans déformations ?

- Modifier la position du point de fonctionnement (tension continue). Le res-  
sentit auditif est il en accord avec vos conclusions établies précédemment  
(saturation, volume moyen, doublement de fréquence...)?

### 3 Annexe : Références utiles

Concernant les rappels de base, vous pouvez vous référer au cours d'op-  
tique ou aux sources suivantes : sur le web :

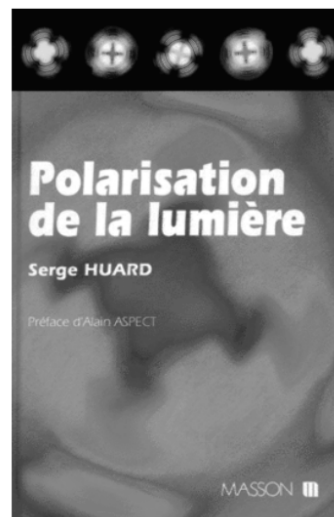
[http://web.cortial.net/bibliohtml/polond\\_j.html](http://web.cortial.net/bibliohtml/polond_j.html)

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Polarisation\\_\(28optique\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Polarisation_(28optique))

[http://en.wikipedia.org/wiki/Polarization\\_\(waves\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Polarization_(waves))

<http://www.youtube.com/watch?v=Q0qrU4nprB0>

ou à la bibliothèque :



### 4 Annexe : L'analyseur

Dans tout le TP nous utiliserons un filtre polarisant soit pour créer une polarisation rectiligne, on parlera alors de polariseur ou alors pour en analyser une, on parlera alors d'analyseur. Il existe deux grandes familles de polariseurs/analyseurs.

1. Les lames dites *Polaroïdes* (inventées par Land en 1938) ou l'on tire profit des propriétés de dichroïsme de macromolécules de forme allongées qui absorbent presque entièrement la lumière polarisée selon leur grande dimension et transmettent l'autre composante polarisée dans la direction perpendiculaire avec relativement peu de pertes. Ces films plastiques sont bon

marchés et très répandus pour les applications ne nécessitant pas d'une sélectivité en polarisation élevée. Compte tenu de leur principe de fonctionnement, ils ne conviennent pas pour les applications mettant en oeuvre des lasers de forte puissance.

2. Les polariseurs de Glan. Ils mettent en oeuvre les propriétés de biréfringence de matériaux anisotropes où les coefficients de réflexion/transmission dépendent des directions de polarisation de la lumière incidente. En ajustant judicieusement le dispositif on peut obtenir une réflexion totale pour une seule direction de polarisation et une transmission suivant l'autre direction.

A titre indicatif, des caractéristiques typiques et réalistes de chacun de ces polariseurs sont données ci-dessous (tirées du fournisseur de composants optiques *Thorlabs*).

On peut démontrer que l'intensité transmise  $I$  par un analyseur quand la lumière incidente est polarisée rectilignement est décrite par la *loi de Malus* :

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (1)$$

où  $I_0$  est l'intensité de la lumière incidente et  $\theta$  l'angle entre la polarisation incidente et l'axe de l'analyseur

$$\theta = \theta_{\text{analyseur}} - \theta_{\text{incidente}}. \quad (2)$$

Polarization Efficiency: >99%

Extinction Ratio:

- o >100:1 for 400 - 500 nm
- o >1000:1 for 500 - 700 nm
- o >5000:1 for 530 - 690 nm

0.3 mm Thick Dichroic Polarizing Film

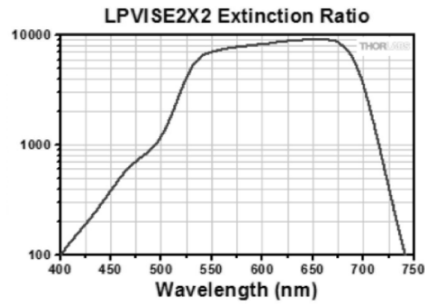
Various Sizes Available (Please Contact [Technical Support](#))

Dichroic film polarizers feature a high polarization efficiency in excess of 99% and are designed for low-power. The 0.3 mm thick polyvinyl alcohol dichroic polarizing film sheet can be purchased in a 2" x 2" size. There is a film on each surface that must be removed prior to use. We also offer this product with [AR-coated](#) film on each side in Ø1/2", Ø1", and Ø2" sizes. The polarization axis is marked with an arrow and is parallel to a flat edge of the polarizer with a tolerance of ±2%.

The polarizing material is designed and optimized for use within the 400 - 700 nm range; performance falls off outside of this range. Hence, we do not recommend using this product outside of the specified range. This film is sensitive to stress when mounting and should be cleaned with compressed air.

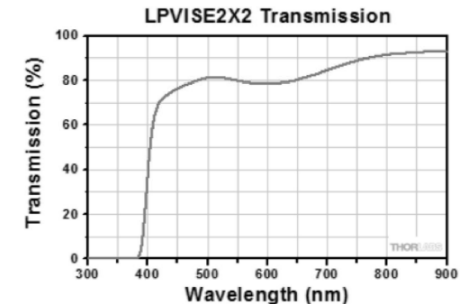
Item #	LPVISE2X2
Wavelength Range	400 - 700 nm
Extinction Ratio <sup>a</sup>	>100:1 (400 - 500 nm) >1000:1 (500 - 700 nm) >5000:1 (530 - 690 nm)
Polarizing Material	Dichroic Film
Size	2" x 2" (50.8 mm x 50.8 mm)
Dimensional Tolerance	+0/-0.1 mm
Thickness	0.3 mm
Thickness Tolerance	±0.1 mm
Acceptance Angle	±30°

a. The extinction ratio (ER) is the ratio of the maximum transmission of a linearly polarized signal when the polarizer's axis is aligned with the signal to the minimum transmission when the polarizer is rotated by 90°.



[Click to Enlarge](#)  
[Click Here for Raw Data](#)

The extinction ratio data shown here was obtained with a spectrophotometer. Higher values were achieved using a [precision rotation mount](#) and a [polarimeter](#) or [power meter](#).



[Click to Enlarge](#)  
[Click Here for Raw Data](#)

The transmission data shown here was obtained using a linearly polarized beam.

## Glan-Laser Calcite Polarizers

- ▶ Designed for High-Power Laser Applications
- ▶ Extinction Ratio of 100,000:1
- ▶ Four AR-Coated Polarizer Options



### Related Items

Glan-Laser Alpha-BBO Polarizers



Polarizing Prism Mounts



Rotation Mounts



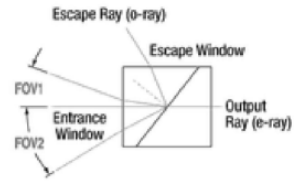
High Power Polarizing Beamsplitter Cubes



Overview | Specs | Graphs | Drawing | Calcite | Damage Thresholds | Documents | Feedback | Polarizer Guide

Item # Prefix	GL5	GL10	GL10P	GL15
Extinction Ratio*	100 000:1			
Substrate	Laser Quality Natural Calcite <sup>®</sup> (Low Scatter)			
Transmitted Wavefront Error	λ/4 Over Clear Aperture at 633 nm			
Transmitted Beam Deviation	<3 arcmin			
Surface Quality (Input and Output Faces)	20-10 Scratch-Dig			
Surface Quality (Exit Ports)	80-50 Scratch-Dig			
Acceptance Angle (Typical)	±1.6°			
Clear Aperture	Ø5.0 mm	Ø10.0 mm	Ø10.0 mm	Ø15.0 mm
Prism Dimensions (W x L)²	6.5 mm x 7.5 mm	12.2 mm x 13.7 mm	12.2 mm x 16.5 mm	17.2 mm x 21.6 mm

- Extinction ratio is only defined for the output ray (see drawing below). The extinction ratio (ER) is the ratio of the maximum transmission of a linearly polarized signal when the polarizer's axis is aligned with the signal to the minimum transmission when the polarizer is rotated by 90°.
- Click link for detailed specifications on the substrate.
- Detailed dimensions and drawings of the polarizer housing can be found on the Drawings tab.

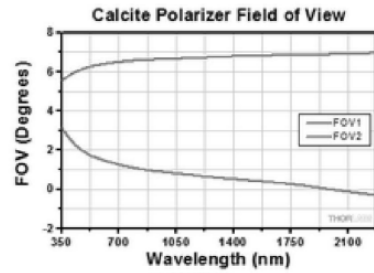


**Field of View Angle Orientation**  
A significant amount of scattered unpolarized light escapes the polarizers. As a result, the escape ray (o-ray) is not purely polarized and should not be used for polarization dependent applications. The output ray has a very pure polarization with an extinction ratio of 100 000:1.

Coating Specifications		
Coating Designation*	Reflectance <sup>b</sup> (Avg.)	Damage Threshold
Uncoated (350 nm - 2.3 μm)	N/A	20 J/cm <sup>2</sup> (1064 nm, 10 ns, 10 Hz, Ø0.433 mm)
-A (350 - 700 nm)	<1%	10 J/cm <sup>2</sup> (532 nm, 10 ns, 10 Hz, Ø0.750 mm)
-B (650 - 1050 nm)	<1%	10 J/cm <sup>2</sup> (810 nm, 10 ns, 10 Hz, Ø0.155 mm)
-C (1050 - 1700 nm)	<1%	10 J/cm <sup>2</sup> (1542 nm, 10 ns, 10 Hz, Ø0.177 mm)
-C26 (1064 nm V Coating)	<0.25%	15 J/cm <sup>2</sup> (1064 nm, 10 ns, 10 Hz, Ø0.433 mm)

- The escape faces of the polarizer (perpendicular to input / exit faces) are not coated. See the Graphs tab for transmission and reflectance plots.
- The average reflectance is within the specified range of the AR coating.

**Note:** Since calcite is a soft material, care must be taken when cleaning. The coated faces of the polarizer can be gently cleaned with solvent and air. The escape faces (uncoated and perpendicular to the input / exit faces) are extremely delicate and can be damaged very easily. Do not touch these faces if possible. Cleaning should be light and at a glancing angle. If these surfaces must be wiped, use only solvent-moistened cotton or untreated facial tissues.



[Click to Enlarge](#)

## 5 Annexe : Lames de phase passives

Nous rappelons que la biréfringence d'un cristal se traduit par deux valeurs d'indice de réfraction différents suivant les axes neutres du cristal ( $n_{lente}$  et  $n_{rapide}$ ). On montre que lorsqu'une onde se propage dans un cristal d'épaisseur  $\delta$ , ses deux composantes, chacune alignées suivant un des axes neutres du matériau, subissent un déphasage de :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_{lente} - n_{rapide})\delta \quad (3)$$

où  $\delta$  est l'épaisseur du cristal. Ainsi, pour  $\Phi = \pi$  (ou plus généralement pour  $\Phi = (2k + 1)\pi$ , avec  $k$  entier), on obtient une lame demi-onde notée  $\lambda/2$ . Lorsque  $\Phi = \frac{\pi}{2}$  (ou plus généralement  $\Phi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ , avec  $k$  entier), on a une lame quart d'onde notée  $\lambda/4$ . Nous allons étudier ces lames au cours de ce TP ainsi qu'une lame de phase dite active où l'on peut contrôler la valeur de la biréfringence de manière active en appliquant une tension sur un cristal par le biais de l'effet Pockels.

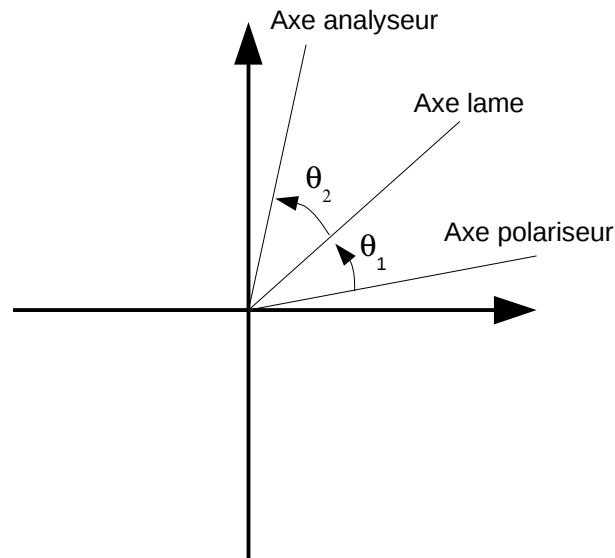


FIGURE 7 – Définitions des signes de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

On peut montrer que l'intensité lumineuse mesurée à la sortie d'un système optique composé d'un matériau biréfringent placé entre un analyseur et un polariseur est la suivante :

$$I(\theta_1, \theta_2, \Phi) = I_0 [\cos^2(\theta_1 + \theta_2) + \sin(2\theta_1) \cdot \sin(2\theta_2) \cdot \sin^2(\Phi/2)] \quad (4)$$

avec  $\theta_1$  l'angle entre le polariseur et l'axe neutre du cristal;  $\theta_2$  l'angle entre l'axe neutre du cristal et l'analyseur (cf Fig. 7; et  $\Phi$  le déphasage induit par le système biréfringent.

Si analyseur et polariseur sont croisés, alors  $\theta_1 + \theta_2 = \pi/2$ ;  $\theta_1 = \theta_{lame}$ ;  $\theta_2 = \pi/2 - \theta_{lame}$ , et

$$I(\theta_{lame}, \Phi) = I_0 \cdot \sin^2(2\theta) \cdot \sin^2(\Phi/2) \quad (5)$$

## 6 Annexe : Lames de phase actives—modulation électro-optique par effet Pockels

L'effet électro-optique (EO) est défini comme la dépendance de l'indice de réfraction (ou de la biréfringence) d'un milieu matériel avec le champ électrique externe appliqué à ce milieu. L'effet EO est dit linéaire (encore appelé effet Pockels) si la variation d'indice ou de biréfringence est proportionnelle au champ électrique (la variation change de signe si on inverse le champ). Seuls les cristaux non centro-symétriques peuvent présenter de l'effet Pockels. C'est le cas du cristal de quartz étudié ici. Dans les autres milieux matériels tels que les verres, les liquides ou les cristaux centro-symétriques, la variation d'indice conserve nécessairement son signe quand on inverse le champ, elle est donc proportionnelle au carré du champ électrique (effet Kerr). L'effet électro-optique est utilisable pour modifier la phase, la polarisation ou l'amplitude de l'onde traversant le milieu électro-optique. Il fournit donc un moyen de modifier l'état de polarisation d'un faisceau grâce à un champ électrique. En particulier, il permet de transcrire une information électrique sur un faisceau lumineux : c'est le rôle d'un modulateur électro-optique. On peut montrer que l'équation de l'ellipsoïde des indices d'un cristal de quartz dépend du champ électrique appliqué au cristal. Par conséquent on parvient à contrôler la biréfringence par l'application d'un champ électrique sur le cristal. On montre que le déphasage induit par la tension appliquée de part et d'autre du cristal est :

$$\Phi = -\frac{2\pi}{\lambda} L n_o^3 r_{22} \frac{V}{d} \quad (6)$$

Avec  $n_o$  l'indice de l'axe ordinaire du cristal ( $n_o = 1,522$  pour le Quartz),  $r_{22}$  le coefficient électro-optique ( $r_{22} = 8,56$  pm/V pour le Quartz),  $V$  la tension appliquée au cristal,  $d$  l'épaisseur du cristal (2 mm) et  $L$  la longueur du cristal (80 mm). Lorsqu'une tension  $V$  est appliquée au cristal, l'indice de réfraction va être modifié par effet Pockels, ce qui va entraîner un déphasage entre les deux composantes du champ électrique. Si ce déphasage est égal à  $\pi$ , une polarisation rectiligne en entrée subira une rotation de  $\pi/2$  en sortie du modulateur. La tension nécessaire pour obtenir ce résultat est appelée la tension demi-onde et notée  $V_\pi$ .

On peut montrer (voir Annexe 5) que l'intensité transmise à travers le dispositif comportant un cristal biréfringent entre polariseur et analyseur croisés est :

$$I(\theta, \Phi) = I_0 \cdot \sin^2(2\theta) \cdot \sin^2(\Phi/2) \quad (7)$$

où  $\theta$  est l'angle entre l'axe du polariseur et l'axe neutre du cristal. Et dans le cas spécial  $\theta = 45$  degrés, la fonction  $\sin^2(2\theta)$  est maximisée et égale à 1 et on obtient l'amplitude de modulation d'intensité maximale :

$$I(\theta = \pi/4, \Phi) = I_0 \cdot \sin^2(\Phi/2) \quad (8)$$



# TP n°3 : Propagation de faisceau gaussien

Dans un milieu homogène, la lumière ne se propage pas en ligne droite (comme c'est l'hypothèse en optique géométrique), mais selon la forme de faisceaux gaussiens. Dans ce TP, vous allez construire un montage optique pour analyser le profil transverse d'un faisceau laser (diamètre du faisceau et rayon de courbure du front d'onde) à différents endroits le long de son trajet. Vos mesures seront à comparer aux formules des faisceaux gaussiens (cf annexe). Vous vérifierez ensuite que les conditions sur la formation d'images en optique géométrique sont encore valides en optique gaussienne. Enfin vous observerez qu'en optique on peut obtenir très facilement la transformée de Fourier d'un objet placé sur le trajet d'un faisceau laser.

Les faisceaux gaussiens seront abordés en M1 (cours d'optique) et en M2 Laser et applications. La transformée de Fourier optique sera abordée en M1 (cours traitement du signal).

## Compte-rendu

Chaque étudiant doit réaliser un compte-rendu sur papier libre (1 page recto/verso). Celui-ci doit être validé par l'enseignant en fin de la séance et doit contenir :

« Mesure du rayon  $w(z)$  » (§ 1.2) :

- Les valeurs de  $w_0$  et  $z_R$  retrouvées par un fit (ou ajustement) des données expérimentales
- Comparaison entre  $w_0$  retrouvé par le fit et sa valeur théorique
- Mettre en avant la différence entre l'optique géométrique et l'optique Gaussienne

« Construction d'un télescope » (§ 1.3) :

- Les lentilles choisies pour le télescope et leur ordre

« Mesure du front d'onde en fonction de la position » (§ 1.4) :

- Vos observations et commentaires

« Formation d'image en optique gaussienne » (§ 1.5) :

- Vos observations et commentaires

« Transformation de Fourier par une lentille » (§ 1.6) :

- Vos observations et commentaires

## Matériel à disposition

Le dispositif expérimental, représenté figure 1, comporte :

- Un laser Helium-Neon (diamètre du faisceau 0.7 mm)

- 2 miroirs M1 et M2
- Un rail optique de longueur  $L=1$  m
- Des lentilles ( $f = 38.1$  mm,  $f = 100$  mm,  $f = 200$  mm,  $f = 300$  mm) montées sur des chariots
- Des diapos comportant des différents motifs (texte, fentes, ...)
- Un analyseur de front d'onde de type Shack-Hartman (SH)
- Un ordinateur portable

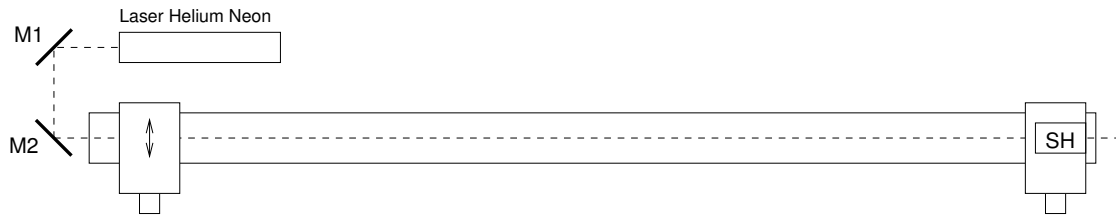


FIGURE 1 – Dispositif expérimental

## 1 Exercices

### 1.1 Alignement du faisceau laser

Un point essentiel pour effectuer les mesures est que le faisceau laser soit parfaitement aligné par rapport au rail optique. En effet, l'analyseur de front d'onde sera déplacé le long du rail afin caractériser le faisceau et il est important que le faisceau soit toujours centré sur le capteur de l'analyseur.

La procédure d'alignement est la suivante :

- Placer l'analyseur en début du rail, près du miroir M2
- Régler l'orientation du miroir M1 de façon à ce que le spot soit centré sur l'analyseur
- Placer l'analyseur à l'extrémité du rail
- Régler l'orientation du miroir M2 de façon à ce que le spot soit centré sur l'analyseur
- Contrôler l'alignement en ramenant l'analyseur au début du rail
- Itérer le processus jusque la position du faisceau sur l'analyseur ne change pas, quelque soit la position sur le rail

### 1.2 Mesure du rayon $w(z)$

Mesurer le waist du faisceau laser, en plaçant l'analyseur près du miroir M2. Placer le chariot portant la lentille de focale  $f = 300$  mm en début de rail. Régler

le centrage de la lentille pour que le faisceau soit au centre de l'analyseur de front d'onde.

Pour la mesure, l'analyseur doit avoir les paramètres suivant (onglet "Setup" puis "camera setup") :

- Camera image size : 1024x1024
- Average : 3

Mesurer les valeurs du diamètre du faisceau pour différentes positions de l'analyseur le long du rail. Représenter ces données sur un graphe et faire un fit de  $w(z)$  sur ces points (utiliser le template dans le fichier "fit\_TP3.xls").

Quelles sont les valeurs du waist  $w_0$  et de  $z_0$ , les comparer par rapport à leur valeur théorique (§ 2.2).

### 1.3 Construction d'un télescope

Construire un télescope afocal de grandissement environ 5 au début du rail à l'aide de 2 lentilles à déterminer.

On pourra régler le télescope à l'aide de l'analyseur de front d'onde : le faisceau sortant doit être très bien collimaté et parfaitement aligné par rapport au rail optique (se rapporter à § 1.1).

### 1.4 Mesure du front d'onde en fonction de la position.

Une fois que le télescope est réglé, placer une lentille de focale  $f = 300$  mm juste après le télescope. Observer et mesurer à l'aide de l'analyseur le front d'onde (waist et rayon de courbure) pour différentes positions le long du rail. Commenter.

### 1.5 Formation d'image en optique gaussienne

Retirer la lentille  $f = 300$  mm. Placer une lentille de focale  $f = 100$  mm environ 30 cm après le télescope. Placer une diapositive comportant un motif dans le faisceau à différentes positions devant la lentille de focale  $f = 100$  mm et observer où se situe l'image. (Relation de Descartes ou de Newton pour lentille sphérique mince) Commenter.

### 1.6 Transformation de Fourier par une lentille

Dans le cas où on place une fente au foyer objet que voit on au foyer image de la lentille? Qu'observe t'on au foyer image pour chaque position de l'objet? Commenter.

## 2 Annexe 1 : Rappel théorique

### 2.1 Faisceau gaussien

On considère un faisceau gaussien issu d'un laser dont le profil transverse de l'amplitude dans le plan (Oxy) s'écrit :

$$A_0(x, y) = a_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right), \quad (1)$$

L'amplitude  $a_0$  et le waist  $w_0$  sont réels.

A une distance  $z$  du plan (Oxy), le champ peut s'exprimer sous la forme :

$$A(x, y, z) = a_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp(i\Phi(z)) \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda q(z)} (x^2 + y^2)\right), \quad (2)$$

avec  $q(z)$  le rayon de courbure complexe du faisceau gaussien défini par :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda}{\pi w(z)^2} \quad (3)$$

avec le rayon de courbure

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right) \quad (4)$$

et le waist

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (5)$$

On définit la longueur de Rayleigh par

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}. \quad (6)$$

On peut exprimer également le rayon de courbure complexe sous la forme

$$q(z) = z - iz_R \quad (7)$$

Dans l'équation 2 la quantité  $\Phi(z)$  est définie par  $\Phi(z) = -\arctan(z/z_R)$  et est appelé phase de Gouy.

La divergence du faisceau est donnée par

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (8)$$

L'angle total de divergence est noté  $\Theta = 2\theta$

On définit également le paramètre confocal

$$b = 2z_r = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda} \quad (9)$$

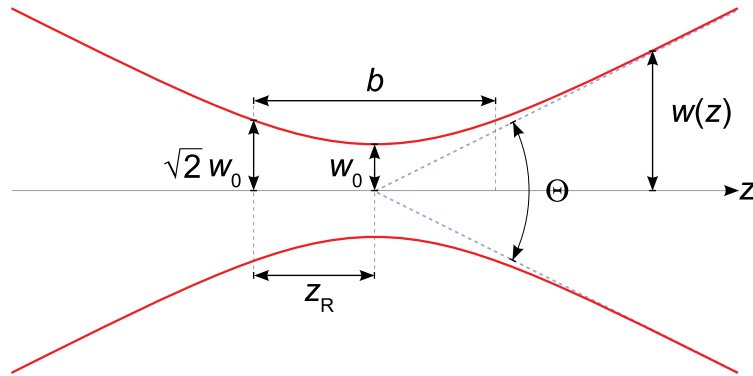


FIGURE 2 – Faisceau gaussien

## 2.2 Transformation d'un faisceau gaussien par une lentille

On peut montrer facilement que lorsque le waist  $w_1$  d'un faisceau gaussien est placé au foyer objet d'une lentille de focale  $f$ , le faisceau gaussien converge au foyer image de la lentille avec un waist  $w_2$  tel que

$$w_2 = \frac{\lambda f}{\pi w_1} \quad (10)$$

## 3 Annexe 2 : Analyseur de front d'onde

### 3.1 Principe de fonctionnement d'un analyseur de front d'onde de type Shack-Hartmann

Un analyseur de front d'onde de type Shack-Hartmann est constitué d'une caméra (CMOS ou CCD) et d'une matrice de microlentilles placée à une distance bien définie devant le capteur de la caméra. Chaque microlentille génère un spot sur le capteur et le barycentre du spot dépend du gradient du front d'onde devant la matrice de microlentilles, Fig. 3.

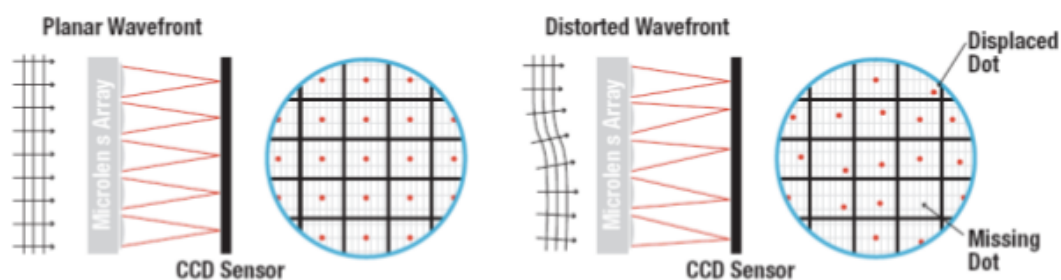


FIGURE 3 – Principe de l'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann

Chaque microlentille de la matrice collecte la lumière arrivant dans son ouverture et génère un spot sur capteur qui est situé dans le plan focal de ces lentilles. Les positions des spots sont bien en face des lentilles uniquement lorsque le front d'onde incident est plan et parallèle à la matrice. Cela constitue les positions de référence des spots.

Dans le cas général, les positions des spots sont déviés selon les directions  $x$  et  $y$ , c'est à dire que chaque spot est décalé par rapport à l'axe optique de sa microlentille d'un angle  $\alpha$ , Fig. 4 On peut montrer facilement que cela est causé par une inclinaison du front d'onde incident d'un même angle moyen  $\alpha$  par rapport au front d'onde de référence.

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{\delta y}{f_{ML}} \quad (11)$$

Considérons la fonction  $W(x, y)$  décrivant la forme du front d'onde. Ses dérivées partielles par rapport à  $x$  et  $y$  sont déterminée par les décalages du spot  $\delta x$  et  $\delta y$  et la distance focale  $f_{ML}$ .

$$\frac{\partial}{\partial x} W(x, y) = \frac{\delta x}{f_{ML}} \quad \frac{\partial}{\partial y} W(x, y) = \frac{\delta y}{f_{ML}} \quad (12)$$

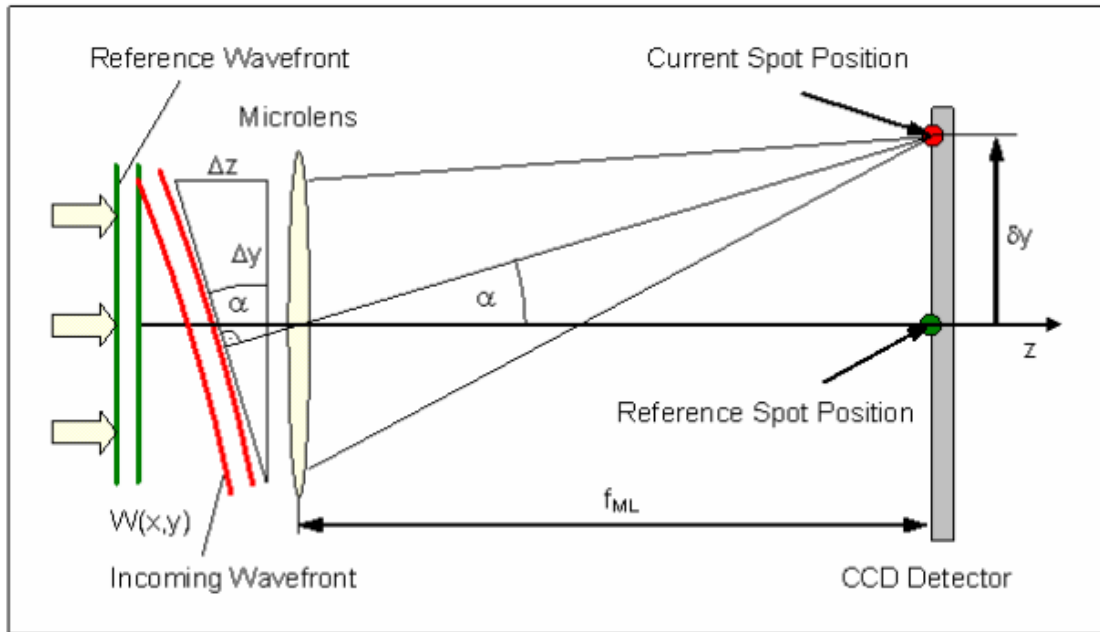


FIGURE 4 – Déplacement des spots

Les déviations des spots  $\delta x$  et  $\delta y$  sont déterminées par le calcul des coordonnées du barycentre des spots détectables et soustraction des coordonnées du spot de référence correspondant. Le front d'onde  $W(x, y)$  est obtenu par reconstruction. Différentes méthodes peuvent être utilisées. L'analyseur utilisé pour ce TP utilise une reconstruction modale avec des polynômes de Zernike (cf Annexe).

### 3.2 Mise en oeuvre de l'analyseur

Lancer le logiciel de pilotage de l'analyseur "Wavefront Sensor"

## 4 Annexe 3 : Transformée de Fourier optique

Donné le champs électrique dans le plan focal objet d'une lentille

$$E_1(x, y) \quad (13)$$

et sa transformée de Fourier bi-dimensionnelle

$$\tilde{E}_1(f_x, f_y) = \text{TF}[E_1(x, y)]. \quad (14)$$

On peut montrer que le champs électrique dans le plan focal image de la lentille

$$E_2(x', y') = \tilde{E}_1(f_x, f_y) \quad (15)$$

où

$$x' = f_x \lambda f \quad (16)$$

$$y' = f_y \lambda f \quad (17)$$

et  $f$  est la longueur focale de la lentille et  $\lambda$  la longueur d'onde.

Alors une lentille effectue une transformée de Fourier optique du champ électrique entre le plan focal objet et le plan focal image.



# TP n° 4 : Laser Nd :YAG à pompage par diode

Dans ce TP, vous allez mesurer les caractéristiques essentielles d'un laser. Dans un premier temps, vous vous intéresserez à une diode laser (mesure de sa caractéristique intensité vs courant). Ensuite, cette diode laser est utilisée pour pomper optiquement un second laser qui émet dans l'infra-rouge (laser Nd :YAG). Vous pourrez observer et analyser l'émission spontanée, l'émission stimulée (émission laser), et la dynamique du laser lors des transitoires (mise en arrêt et marche du laser). Le laser YAG sera abordé rapidement en M1 (cours d'optique) et en M2 Laser et applications.

## Compte-rendu

Chaque étudiant doit réaliser un compte-rendu sur papier libre (1 page recto/verso). Celui-ci doit être validé par l'enseignant en fin de la séance et doit contenir :

« Caractéristique de la diode laser de pompe » (§ 1.1) :

- La valeur du courant de seuil
- Esquisse de la caractéristique de la diode laser

« Mesure de la durée de vie du niveau  $^4F_{3/2}$  » (§ 1.2) :

- La valeur mesurée du temps de vie

« Mesure de la caractéristique du laser » (§ 1.3) :

- Esquisse de la caractéristique du laser
- Le seuil d'oscillation du laser Nd :YAG
- Le rendement du laser Nd :YAG

« Mise en évidence de la fréquence de relaxation » (§ 1.4) :

- Les valeurs mesurées de la fréquence d'oscillation et puissance de pompe associée.

## Préambule : sécurité laser

Ce laser YAG dopé néodyme est pompé par une diode laser qui peut délivrer une puissance maximale de 500 mW à 808 nm. La puissance maximale en sortie du laser Nd :YAG est d'environ 60 mW à 1064 nm.

En terme de classe de sécurité laser, ce laser est un laser Classe 3B : "La vision directe du faisceau est dangereuse, risque de lésions cutanée, réflexion diffuse sans danger si la distance entre la cornée et l'écran ( $D$ ) > 13 cm et le temps d'exposition ( $t$ ) < 10 s."

En conséquence :

- **LE PORT DES LUNETTES EST OBLIGATOIRE**
- Il est nécessaire de faire très attention aux réflexions parasites du faisceau
- La diode laser doit être éteinte avant d'insérer ou d'enlever des optiques
- Les montres, bijoux, doivent être retirés avant le TP

## Matériel à disposition

### Dispositif et composants du laser

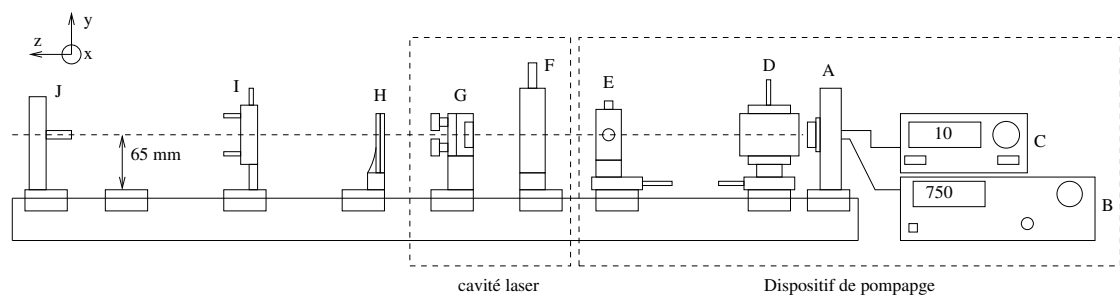


FIGURE 1 – Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur Fig. 1. La plupart des composants optiques sont montés sur des chariots qui peuvent coulisser sur un rail optique. Normalement, le dispositif est aligné et en condition de lasing au démarrage du TP. Pour référence, voir Annexe 3 pour la procédure complète d'alignement du laser.

Le dispositif de pompage est constitué par :

- A. Une diode laser de pompe à 808 nm.
- B. Une alimentation de diode laser.
- C. Un contrôleur de température.
- D. Un système de collimation et mise en forme (anamorphoseur).
- E. Un système de focalisation comportant une lentille.

La cavité laser est constituée par :

- F. Ensemble cristal Nd :YAG et miroir plan.
- G. Miroir sphérique.

Autres éléments :

- H. Porte filtre permettant d'utiliser une mire d'alignement ou le filtre RG1000 (pour filtrer la longueur d'onde de pompe)
- J. "Vieux" photodétecteur servant de repère pour l'axe optique. L'axe optique est situé à 65 mm à partir de la surface des chariots.

- Photodétecteur amplifié à gain variable (Thorlabs PDA-36A)
- Puissance-mètre
- Viewer infrarouge
- Carte de visualisation infrarouge
- Oscilloscope
- Générateur de fonction

Pour une étude avancée, on dispose également de

- I. Un cristal de KTP placé dans une monture orientable.

Voir Annexe 2 pour les caractéristiques détaillées des composants.

## Généralités

Le laser est représenté schématiquement sur la Fig. 2 Le milieu actif de ce laser est un cristal de YAG :Nd<sup>3+</sup>. Ce cristal est pompé à 808 nm au moyen d'une diode laser et émet un rayonnement laser à 1.064μm. La cavité laser est de type plan-sphérique. Le miroir plan est constitué par la face d'entrée du cristal sur laquelle a été déposé un revêtement totalement réfléchissant à la longueur d'onde laser (1.064 μm) et anti-reflet à la longueur d'onde de pompe. Le miroir de sortie (coupleur) est partiellement réfléchissant (R=95%), son rayon de courbure est de 10 cm.

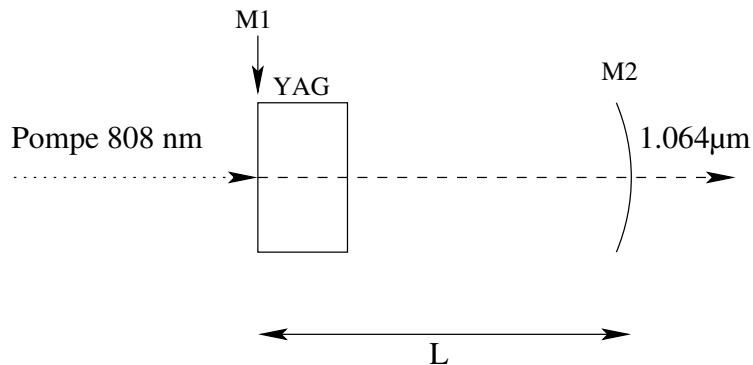


FIGURE 2 – Schéma de principe du laser Nd :YAG à pompage par diode

## 1 Exercices

### 1.1 Caractéristique de la diode laser de pompe

Le but est d'étudier la caractéristique de la diode laser de pompe (puissance de sortie en fonction du courant de pompe).

- Allumer le contrôleur de température (C ; boîtier ILX blanc). Régler la consigne sur environ 10 kΩ. Appuyer alors sur le bouton "Output" situé sous le potentiomètre.
- Sur l'alimentation de diode (B ; boîtier noir), le potentiomètre réglant le courant de diode est mis à zéro. Allumer l'alimentation et augmenter progressivement le courant de diode laser. Observer à l'aide de la carte de visualisation infrarouge le seuil d'émission de la diode laser (valeur de courant pour laquelle commence l'émission). On remarque que l'émission de la diode diverge fortement.
- Eteindre la diode laser.

Mesures au puissance-mètre.

- On règle la longueur d'onde du puissance-mètre et son zéro en absence de laser.
- Placer le puissance-mètre à la sortie de l'anamorphoseur (D)
- Allumer la diode laser puis mesurer la puissance maximale émise par la diode.
- Confirmer la valeur de courant au seuil (relever le courant sur le display de l'alimentation (B)).
- Eteindre la diode laser.

Mesures de la caractéristique avec l'oscilloscope.

- Pour cela, mettre le potentiomètre de l'alimentation (B) à zéro.
- Brancher le générateur de fonctions sur l'entrée de modulation externe en face avant. Sur l'alimentation, sélectionner cette entrée.
- Générer une fonction triangulaire sur le générateur de fonctions.
- Insérer le photodétecteur à la sortie de l'anamorphoseur (D). Le relier par un câble à la voie 2 de l'oscilloscope
- La sortie "Laser" en face arrière de l'alimentation (B) sort une tension proportionnelle au courant injecté dans la diode laser. Brancher la sortie "Laser" à la voie 1 de l'oscilloscope.
- Allumer la diode laser et observer la caractéristique sur l'oscilloscope. On peut obtenir la caractéristique en utilisant le mode d'affichage XY sur l'oscilloscope (menu Display).
- Eteindre la diode laser.

## 1.2 Mesure de la durée de vie du niveau ${}^4F_{3/2}$

Le but est d'observer l'émission spontanée des ions Néodyme et de mesurer la durée de vie du niveau  ${}^4F_{3/2}$ .

Le niveau supérieur mis en jeu dans la transition à 1064 nm est le niveau  ${}^4F_{3/2}$ . Comparativement à d'autres transitions optiques, cette transition à une durée de vie relativement longue d'environ 250 μs. Si on considère l'équation décrivant la

population de ce niveau située en Annexe 4, en absence de champ ( $p = 0$ ), on peut montrer que la population de ce niveau évolue selon la relation :

$$N_3(t) = W_p N_1 (1 - \exp(-\Gamma t)) \quad (1)$$

où  $\tau = 1/\Gamma$  est le temps de vie du niveau  ${}^4F_{3/2}$ .

- Laisser le générateur de fonctions, le photodétecteur, et l'oscilloscope branchés comme dans Sec. 1.1. Brancher en plus le générateur de fonctions à la voie 4 de l'oscilloscope.
- Placer le porte filtre (H) avec le filtre RG1000 entre le cristal (F ; pour supprimer la longueur d'onde de pompe 808 nm) et le miroir sphérique (G).
- Placer le photodétecteur entre le filtre (H) et le miroir sphérique (G).
- Générer une fonction créneau avec le générateur de fonctions, l'appliquer sur l'entrée modulation de l'alimentation (B) pour moduler le courant entre 0 et sa valeur maximale.
- Allumer la diode laser et mesurer le temps de vie  $\tau$  du niveau  ${}^4F_{3/2}$ .
- Eteindre la diode laser.

### 1.3 Mesure de la caractéristique du laser Nd :YAG

Le but est de mesurer la caractéristique du laser (puissance émise en fonction de la puissance de pompe) en adoptant une démarche analogue à celle utilisée pour déterminer la caractéristique de la diode laser (§ 1.1).

- Laisser les instruments branchés comme dans Sec. 1.2. Changer seulement le branchement de la voie 1 de l'oscilloscope ; brancher la sortie "PIN" en face arrière de l'alimentation (B). La sortie "PIN" sort une tension (assez bruitée) proportionnelle à la puissance optique émise par la diode laser.
- Placer le filtre (H) à la sortie du miroir sphérique (G).
- Placer le photodétecteur à la sortie du filtre (H).
- Allumer la diode laser et obtenir la caractéristique du laser YAG en utilisant un signal triangulaire sur le générateur de fonctions et en utilisant le mode d'affichage XY sur l'oscilloscope (menu `Display`).
- Déterminer le seuil d'oscillation (utiliser le puissance-mètre).
- Déterminer le rendement du laser Nd :YAG (utiliser le puissance-mètre).
- Éteindre la diode laser.
- Augmenter fortement la fréquence de balayage du courant de pompe. Que constatez vous.
- Eteindre la diode laser.

## 1.4 Mise en évidence de la fréquence de relaxation

Le but est d'observer la réponse du laser lorsqu'on applique une petite perturbation sur la pompe.

- Laisser le générateur de fonctions, le photodétecteur, et l'oscilloscope branchés comme dans Sec. 1.3.
- Mettre le potentiomètre de l'alimentation (B) à une valeur intermédiaire où le laser YAG est en condition de lasing.
- Générer une fonction créneau à faible amplitude avec le générateur de fonctions. Observer la réponse du laser YAG sur l'oscilloscope.
- Allumer la diode laser. On pourra mesurer la fréquence de l'oscillation de relaxation pour différentes valeurs de la puissance de pompe.
- Eteindre la diode laser.

## 2 Annexe : Caractéristiques des composants

### 2.1 Diode laser (A)

Cette diode laser à semiconducteur émet un rayonnement multimode transverse à 808 nm. Sa puissance maximale est d'environ 500 mW. Elle est équipée d'un refroidisseur Peltier intégré ainsi que d'une photodiode permettant de contrôler la puissance émise. Elle est montée sur un radiateur et connectée à l'alimentation de diode ainsi qu'au contrôleur de température. La position de cette diode est fixée. ATTENTION : Cette diode est très sensible aux décharges électrostatiques, NE PAS LA DEBRANCHER de l'alimentation (risque d'endommagement sévère).

### 2.2 Alimentation de diode laser (B)

Cette alimentation fournit le courant nécessaire au fonctionnement de la diode (Il s'agit d'une source de courant régulée). La quantité de courant fournie est contrôlée par un potentiomètre. Cette alimentation peut délivrer un courant maximum de 750 mA. Une entrée BNC sur la face avant permet également de moduler (rampe, créneau) le courant fourni à l'aide d'un générateur de fonction. Sur la face arrière, 2 sorties BNC permettent de mesurer le courant de diode (diode monitor) ainsi que celui de la photodiode intégrée à la diode laser (PIN).

### 2.3 Contrôleur de température (C)

Il permet de réguler la température de la diode laser en agissant sur le courant fourni au Peltier à l'intérieur de la diode laser. En effet, la longueur d'onde d'émission de la diode varie avec la température.

## 2.4 Système de collimation et mise en forme transverse du faisceau (D)

Ce système est composé d'une lentille de collimation et d'un anamorphoseur. La position de l'ensemble est réglable dans les directions x,y et z. La diode laser émet un rayonnement fortement divergeant (environ  $10^\circ$  suivant l'axe parallèle à la structure de gain et  $40^\circ$  suivant l'axe perpendiculaire). Afin de collimater ce rayonnement, la section émettrice de la diode au foyer d'une lentille asphérique de courte focale (8 mm). Cependant, le faisceau devient elliptique car les angles de divergence sont très différents. Pour corriger cette ellipticité, une paire de prismes anamorphoseurs est utilisée, fig. 3.

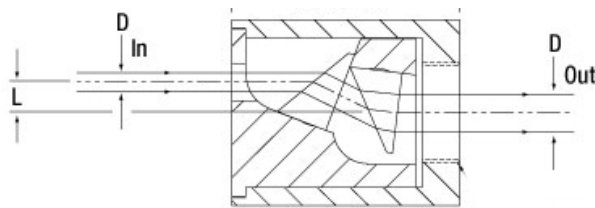


FIGURE 3 – Paire de prismes anamorphoseurs permettant de corriger l'ellipticité d'un faisceau en réduisant une de ses dimensions transverses.

## 2.5 Système de focalisation (E)

Ce module permet de focaliser le rayonnement collimaté à 808 nm issu du module D dans le barreau de Nd :YAG du module F. La lentille est de type plan-convexe sa focale est  $f = 60$  mm. Elle est réglable dans les directions x,y et z.

## 2.6 Cristal de Nd :YAG et miroir plan (F)

Le cristal de Nd :YAG est le milieu actif du laser. Il s'agit d'un barreau de diamètre 7 mm et 10 mm de longueur. Un traitement réfléchissant  $R_{max}$  à 1064 nm et transparent à 808 nm a été déposé sur la face arrière de ce barreau (situé vers le rayonnement de pompe). Cette face forme ainsi le miroir plan de la cavité. La face avant du barreau comporte un traitement anti-reflet à 1064 nm. Ce barreau est monté dans un support de miroir orientable afin de pouvoir orienter les miroirs perpendiculairement à l'axe optique de la cavité.

## 2.7 Miroir sphérique (G)

C'est le second miroir de la cavité et le coupleur de sortie. Il s'agit d'un miroir sphérique de rayon de courbure 100 mm et sa face coté cavité possède une revêtement diélectrique de coefficient de réflexion 95% à 1064 nm. Sa face externe (hors cavité) est traité AR à 1064 nm. D'autres miroirs avec des coefficients de réflexions différents sont disponibles. Ce miroir est monté dans une monture orientable.

## 3 Annexe : Alignement de la cavité laser

Le but est d'aligner la cavité laser est d'obtenir l'effet laser à 1064 nm.

- Vérifier au viewer infrarouge que le faisceau focalise bien au centre du barreau de Nd :YAG.
- Vérifier en approchant le vieux détecteur que le faisceau traversant le cristal est toujours bien orienté.
- Remplacer le module avec le cristal par le support de filtre dans lequel on aura placé la mire en carton. La diode étant à faible puissance, positionner la mire au foyer de la lentille (exactement à la place du cristal). Le papier peut brûler au point focal.
- Placer le miroir sphérique à 10 cm de la mire. Comme le miroir a un rayon de courbure de 10 cm, le faisceau réfléchi va être focalisé sur la mire. En regardant avec le viewer infrarouge, régler l'orientation du miroir pour que les positions des faisceaux incident et réfléchi coïncident.
- Remplacer la mire par le module avec le cristal. Rapprocher le miroir sphérique à moins de 10 cm du cristal.
- Placer le filtre RG1000 après le miroir sphérique
- Augmenter le courant de pompe au maximum... et observer l'émission laser à 1064 nm.
- Placer le puissance-mètre et optimiser (très délicatement...) les réglages de la cavité. La puissance émise devrait être entre 50 et 60 mW.

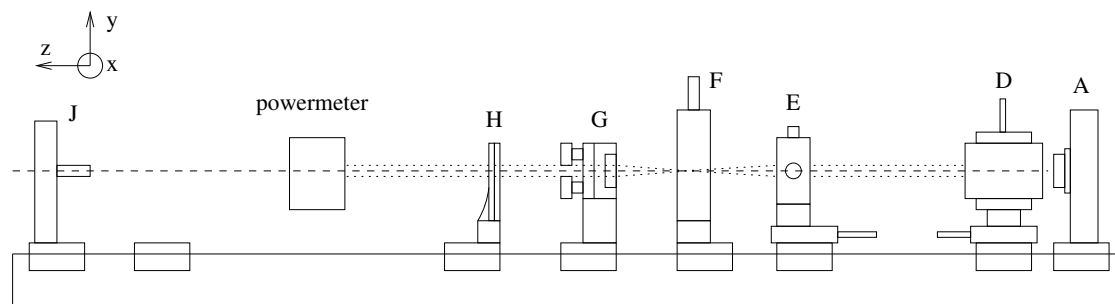


FIGURE 4 – Laser aligné



## 4 Annexe

Extraits du manuel LEYBOLD *Diode Pumped Nd :YAG Laser* 4747106 EN

## 1.0 The Nd:YAG Laser

### 1.1 Optical pumping

Optical pumping is a process in which light is radiated into a specimen under investigation and the effect of the light on the specimen is examined. It was in this way that the strange physical phenomenon was observed of atoms only being able to accept or release energy in well defined quantities. This observation led to the conclusion that atoms only have discrete energy states or energy levels. When light is absorbed or emitted, a transfer takes place between the energy levels (Fig. 1.1). A transition from the level with the energy  $E_1$  to a level with the energy  $E_2$  can occur if an incoming photon is absorbed with the energy  $E_{ph} = E_2 - E_1$ . In the reverse case, a photon with the energy  $E_{ph} = E_2 - E_1$  is emitted if a transition of the atom takes place from a state with energy  $E_2$  to one with energy  $E_1$ . The two processes of absorption and emission differ in that an external field with the energy  $E_{ph}$  must be present for absorption, whereas no field is present for emission. This emission occurs spontaneously from the system itself without external fields. It can be compared to the radioactive decay of an excited nucleus. The analogous inverse process to absorption, i.e. emission under the application of external fields is termed induced emission.

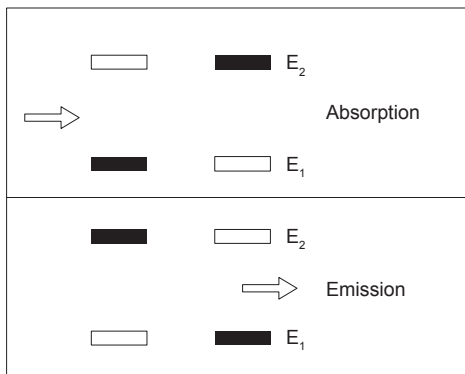


Fig. 1.1: Absorption and emission

For each of the processes the number of atoms can be stated which absorb or emit a photon per unit of time and per unit of volume.

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{12} \cdot n_1 \cdot u_{ph} \quad \text{Absorption}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -B_{21} \cdot n_2 \cdot u_{ph} \quad \text{Induced emission}$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -A_{21} \cdot n_2 \quad \text{Spontaneous emission}$$

$B_{12}$  denotes the Einstein coefficient of absorption,

$B_{21}$  the Einstein coefficient of induced emission and

$A_{21}$  the Einstein coefficient of spontaneous emission,

$n_1$  and  $n_2$  are the densities of the atoms in the states 1 and 2 respectively,

$u_{ph}$  is the energy density of the external field. By integration of the equation for spontaneous emission, information is obtained on the variation of this type of emission with respect to time:

$$n_2(t) = n_2(t_0) \cdot e^{-A_{21} \cdot t}$$

A decay probability and a mean life-time can be given completely analogous to radioactive decay. The Einstein coefficient  $A_{21}$  represents this probability and

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad \text{the mean life-time.}$$

This states the time which passes before the number of excited atoms has reduced to  $1/e$  or before  $n_2(t)$  has reached the value

$$n_2(t) = n_2(t_0) \cdot \frac{1}{e}$$

For normal optical transitions, this value is between 10-8 and 10-9 sec. This life-time which is determined by the spontaneous transitions alone is relevant for the natural half width of a spectral line. According to the Heisenberg uncertainty principle, there is a relationship between the width and the life-time:

$$2\pi \cdot d\nu = \frac{1}{\tau} = A_{21}$$

where  $d\nu$  is the half-width of the spectral line.

According to the above requirements transitions will only take place if the energy of the absorbed or emitted photon is sharply defined, e. g.

$$E_{ph} = E_2 - E_1$$

In actual fact nature is not that critical and it is seen that photons with a slightly different energy also take part in these processes. The reason for this is that the energy levels are broadened due to various mechanisms.

Depending on how mobile the atoms are due to their temperature and how they are affected by interactions with their environment, there is a broadening  $dE$  which means that photons within this region are accepted. The width of the transition is given by the half width  $dE$  for the relevant transition (Fig. 1.2). The same theory is valid for emission.

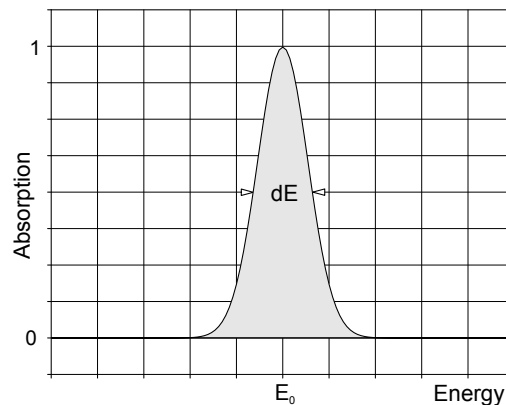
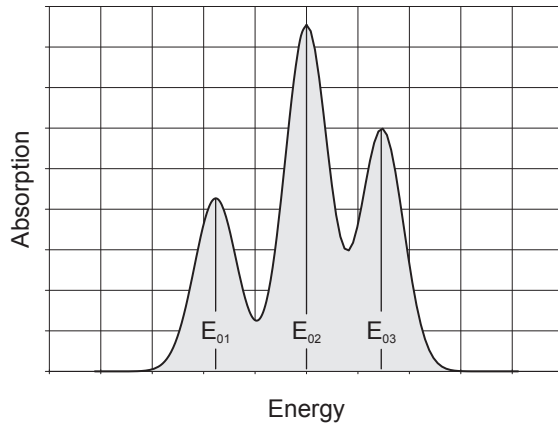


Fig. 1.2: Broadened absorption transition.

$E_0$  is the energy at which the absorption is the highest. It corresponds to the value  $E_2 - E_1$ . For the sake of complete-

ness it should be mentioned that there are also situations in which this value can be displaced. The shape of the absorption curve corresponds to a Gaussian distribution. By definition  $dE$  is the width of the curve at which the absorption has fallen to one half of the maximum value. This is known as the full width at half maximum (*FWHM*). If there are other transitions within the vicinity of this transition, they may overlap, producing a substantially wider absorption curve (Fig. 1.3). This is particularly important in the case of the absorption of laser diode radiation in Nd:YAG which is discussed later.

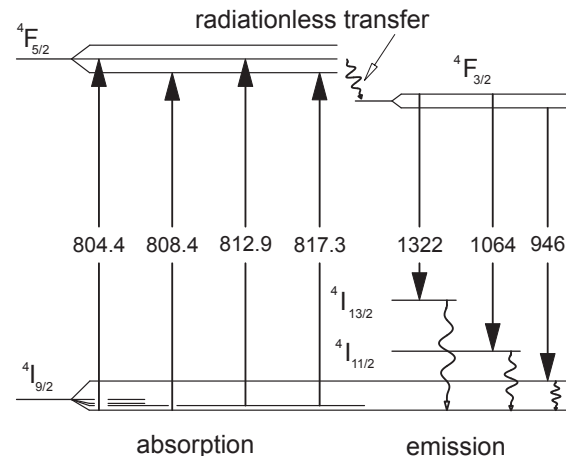


**Fig. 1.3: Absorption for three neighbouring transitions with different absorption strengths**

In principle an atom may have any number of energy levels, but they must be discrete. The transitions between the individual levels take place according to defined selection criteria. When the atom is excited with a defined energy, an emission spectrum is observed with characteristic energies and this spectrum gives precise information about the energy levels involved.

Excitation by optical pumping has therefore developed as a very important method used in spectroscopy. It is also an indispensable technique for the excitation of a number of different types of lasers.

1. Optical pumping in conjunction with Nd:YAG lasers is of particular interest, because these have become widely accepted for industrial use, along with the CO<sub>2</sub> laser. The laser-active material which, in the case of the Nd:YAG laser, is excited by optical pumping, consists of Neodymium atoms that are accommodated in a transparent host crystal (YAG = Yttrium Aluminium Garnet).
2. Whereas up to a few years ago Nd:YAG lasers were almost excited using discharge lamps, optical pumping with laser diodes is becoming more significant.
3. This is because laser diodes are available economically and they emit narrow band light at high optical powers, which matches the energy levels of the Nd:YAG crystal (Fig. 1.4). The advantage over the discharge lamp is that the emission of laser diodes is nearly completely absorbed by the Nd:YAG, whereas the very wide spectral emission of discharge lamps is absorbed to only a small extent. The efficiency of optical pumping with discharge lamps is about 3%, but figures of up to 50% can be achieved using laser diodes!



**Fig. 1.4: Relevant energy levels of Nd:YAG for optical pumping with laser diodes having wavelengths around 805 nm**

Some energy levels of the Nd atom are illustrated in Fig. 1.4. Here, only those are shown which are significant for optical pumping with laser diodes and which are important for the laser process. The levels are labelled with their spectroscopic notations. Since the Nd atoms are situated within the YAG host crystal, the otherwise degenerated energy levels of the isolated Nd atom split into a number of states.

This gives rise to the ground state  $4I_{9/2}$  from 5 sub-states and the state  $4F_{5/2}$ , which can be pumped from 5 sub-states. Since the wavelength of the pump-light source (diode laser) can vary within low limits, a total of three to four transitions can be pumped with high efficiency.

The Nd atoms of the  $4F_{5/2}$  state pass very quickly into the laser output level  $4F_{3/2}$ . The laser transition which is technically most interesting takes place between the  $4F_{3/2}$  state as starting level and terminates in the  $4I_{11/2}$  state with an emitted wavelength of 1064 nm.

From here the Nd atoms relax again into the ground state  $4I_{9/2}$  until the pumping process starts from the beginning again. The Neodymium therefore has an ideal four level system.

## 1.2 Four-level system of the Nd:YAG laser.

The principle is shown in Fig. 1.5. Under the radiation of a light field (optical pumping), transitions from ground state 1 to the upper level 4 occur. The reverse processes from state 4 to state 1 are prevented by very fast transitions from state 4 to state 3 without radiation. The laser transition takes place from level 3 into level 2 which is thermally not populated. From here the Nd atoms relax again back to ground state 1.

The irradiation by light, which leads to the population of an otherwise empty state, is termed optical pumping. The emptying of a level occurs either with the emission of photons or without radiation. Transitions without radiation take place due to mechanical interactions such as collisions or vibrations and they are also designated as relaxation. The number of transitions without radiation per second is termed the relaxation rate. Transitions in which

## The Nd:YAG Laser: Four-level system of the Nd:YAG laser

photons are emitted occur spontaneously or are induced. Spontaneous transitions also occur without pumping processes. However, induced emissions only occur if a pumping process takes place. Rates are also stated here, one rate for spontaneous emission and another one for induced emission. Each state which can interact with one or more other states is labelled with this type of rates.

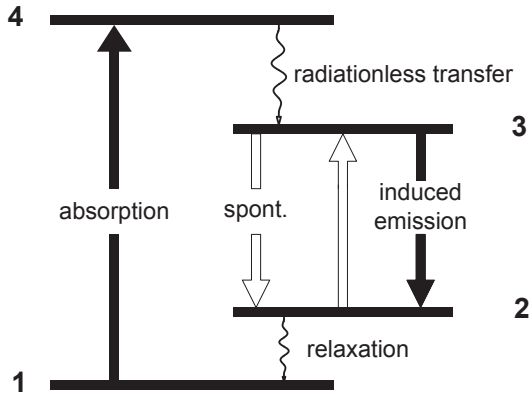


Fig. 1.5: Principle of the four-level laser

- $W_{14}$  probability of absorbing a pump photon.
- $S_{43}$  probability of relaxation from state 4 to 3 .
- $S_{32}$  probability of spontaneous emission of a photon.
- $W_{32}$  probability of induced emission of a photon.
- $W_{23}$  probability of induced absorption of a photon.
- $S_{21}$  probability of relaxation from state 2 to state 1.

However, in Fig. 1.5 showing the principle, only the transition probabilities that are significant for the pump and laser processes are indicated. All the designated levels are populated to some extent due to pumping. The extent to which each state is populated is given by the number  $N_i$  of Nd atoms which are in the relevant state  $i$  of excitation:

state 1	$N_1$
state 2	$N_2$
state 3	$N_3$
state 4	$N_4$

Under the realistic assumption made in this example that the Nd atoms only pass through the labelled excitation steps, the sum of the population densities gives the Nd atoms which are available. The desired laser oscillation will, however, only be achieved if an adequate population inversion can be established between states 3 and 2. The conditions under which laser emission occurs, together with how the laser behaves, can be predicted by a model of the so called rate equation model. Initially, the main interest will be focused on continuous laser operation.

### 1.2.1 Rate equation model for four levels

The model describes the situation in a simple but exact manner. Each of the levels involved is regarded as a reservoir to which or from which “particles” flow. The particles used in this picture represent the Nd YAG atoms related to their corresponding state. Particle streams flowing to the level are given a positive sign, those flowing away are

given a negative sign. This is carried out for each of the involved states.

The number of excited atoms per unit of time in state 3 is:

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_p = \eta \cdot W_{14} \cdot N_1 = W_p \cdot N_1 \quad \text{pump rate}$$

where  $\eta$  is the pumping efficiency. The transition from state 4 occurs so fast that the level 3 is pumped immediately and the population  $N_4$  density of state 4 is therefore  $N_4 \sim 0$ .

### 1.2.2 Spontaneous process

Another process affecting state 3 is spontaneous emission:

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_s = -\Gamma \cdot N_3 \quad \text{spontaneous rate,}$$

where  $\Gamma = 1/\tau_s$ ,  $\tau_s$  is the mean life-time of a photon before it is spontaneously emitted.

### 1.2.3 Induced processes

Finally, the induced processes occurring between states 3 and 2 under the influence of the laser field must also be considered. The relevant rates are proportional to the difference in the population numbers  $N_2$  and  $N_3$  and to the photon density  $p$  of the laser field. The effective cross-section  $\sigma$  for the emission or absorption of a photon arises as a constant of proportionality:

$$\left. \frac{dN_3}{dt} \right|_i = \sigma \cdot c \cdot p \cdot (N_2 - N_3) \quad \text{induced rate.}$$

Therefore the variation in the population density of level 3 with respect to time can be written as the sum of the separate rates:

$$\frac{dN_3}{dt} = \sigma \cdot c \cdot p \cdot (N_2 - N_3) - \Gamma \cdot N_3 + W_p \cdot N_1$$

Furthermore, the assumption is made that the transition from state 2 to state 1 is also so fast that only very few of the particles accumulate in state  $N_2$  that means  $N_2 = 0$  and the total number  $N_0$  of Nd atoms is therefore:

$$N_0 = N_1 + N_3$$

Since  $N_0$  is constant, also  $dN_0/dt = 0$  and  $dN_1/dt$  becomes  $-dN_3/dt$ . Therefore the variation of the population density  $N_1$  with respect to time is:

$$\left. \frac{dN_1}{dt} \right|_i = -\sigma \cdot c \cdot p \cdot (N_2 - N_3) + \Gamma \cdot N_3 - W_p \cdot N_1$$

It is important for the later laser process to know how the photon density on the laser transition 3 to 2 varies with respect to time. With each „induced“ absorption process a photon is annihilated and a photon is created with each induced emission process.

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_i = -\sigma \cdot c \cdot p \cdot (N_2 - N_3) \quad \text{induced}$$

Once created, the photon density does not remain in a resonator, instead it reduces with the time constant  $\tau_{ph}$ , because photons are leaving at the mirrors of the resonators

## The Nd:YAG Laser: Four-level system of the Nd:YAG laser

or are lost in other ways.

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_1 = -\frac{p}{\tau_{ph}} \quad \text{losses}$$

The complete variation of the photon density with respect to time is:

$$\frac{dp}{dt} = \sigma \cdot c \cdot p \cdot (N_3 - N_2) - \frac{p}{\tau_{ph}}$$

For simplification the population inversion  $N_3 - N_2$  is designated as  $n$ . The variation of the population inversion with respect to time is obtained by the following relations:

$$\frac{dn}{dt} = -\sigma \cdot c \cdot p - \Gamma \cdot n + W_p \cdot (N_0 - n) \quad (1.1)$$

and for the photon density:

$$\frac{dp}{dt} = p \cdot \left( \sigma \cdot c \cdot n - \frac{1}{\tau_{ph}} \right). \quad (1.2)$$

### 1.2.4 Solution of the rate equations

The differential equations (1.1) and (1.2) form a pair of coupled conditional equations for the two unknown functions  $n(t)$  and  $p(t)$ . The equations are non-linear because they both contain the term  $pn$ . Analytical solutions are not known and one has to rely on computerised solutions.

### 1.2.5 Steady-state solution

When the system is in the state of equilibrium, i.e. for steady-state laser operation, the values for  $dn/dt$  and  $dp/dt$  are equal to zero. In this case an expression for the population inversion is obtained immediately:

$$n = \frac{N \cdot W_p}{\sigma \cdot c \cdot p + W_p + \Gamma}$$

When the laser is operated below or just at the threshold, no photon field is formed ( $p=0$ ). In this case  $Wp \ll \Gamma$  and the threshold inversion is given by:

$$n(p=0) = n_0 = N \cdot \frac{W_p}{\Gamma}$$

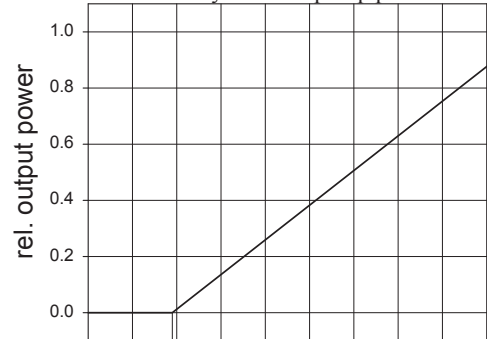
This equation states that in a four-level laser an inversion immediately is produced when it is pumped. This is a particular advantage as opposed to other laser systems. Unfortunately, neither the photon density nor the pumping rate are directly accessible by measurement.

However, the photon density is coupled to an easily measured quantity, i.e. the power applied in the pumping process. If the relationships between the photon density  $p$  and the corresponding intensity, as well as the resonator output and loss characteristics are considered, the output power  $P_a$  of a four-level laser can be obtained as:

$$P_a = \eta \cdot \frac{E_{32}}{E_{41}} \cdot (P_p - P_{th}) \cdot \frac{T}{T + L} \quad (1.3)$$

In this equation  $E_{32}$  signifies the energy difference between states 3 and 2 (laser wavelength).  $E_{41}$  is the energy difference between states 4 and 1 (pump wavelength),  $T$  is the transmission of the output coupling mirror,  $L$  is the loss

in the resonator due to dispersion, absorption or refraction.  $P_p$  is the pump power and  $P_{th}$  is the threshold pump power. Above the threshold pump power  $P_{th}$  the output power of the laser increases linearly with the pump power.



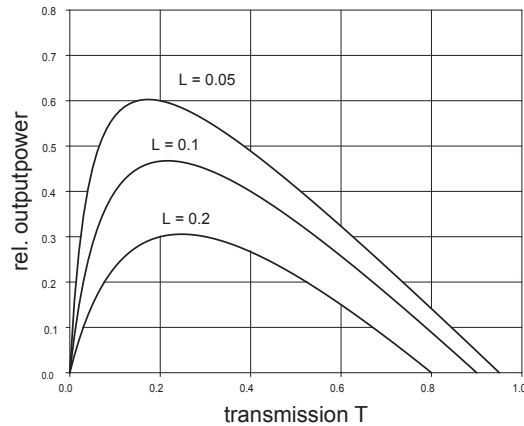
**Fig. 1.6: Laser output power as a function of the pump power**

The slope  $\alpha_s$  of the straight line (Fig. 1.6) is one of the most important parameters of a laser and is termed the slope efficiency.

$$\alpha_s = \eta \cdot \frac{E_{32}}{E_{41}} \cdot \frac{T}{T + L} \quad (1.4)$$

The relation  $E_{32} / E_{41}$  is also known as the quantum efficiency. It gives the energy ratio of a laser photon to the pump photon. For the Nd:YAG laser pumped by a diode laser this is, for example,  $810 \text{ nm} / 1064 \text{ nm} = 0,76$ .

The value  $\eta$  is the quantum yield, but unfortunately sometimes both quantities are commonly named as the quantum efficiency. For the laser designer it is important to obtain the highest possible output at the highest possible efficiency. Another important feature is that the transmission  $T$  for the resonator output mirror must be selected as large as possible according to equation (1.4).



**Fig. 1.7: Laser output power versus the transmission T of the output mirror and the losses L.**

However, this has the consequence that the threshold pump power  $P_{th}$  increases and the output power decreases according to equation (1.3). A compromise between both equations must therefore be found.

In practice the losses  $L$  depend on various parameters of the resonator including the quality of the laser rod, the absorption losses of the laser mirror etc., so that a mathematical formula covering all effects would be too complicated. It has proven useful to measure the curve of Fig. 1.7 di-

rectly at the laser to find the degree of output coupling. A series of output mirrors with various transmission values is used for this purpose.

### 1.2.6 Time-dependent solution

The previous solutions described the situation where the laser operates in a steady state. However, for practical operation of the laser, conditions in disturbed equilibrium must also be considered. These kinds of disturbances occur when the intensity of the pump-light source change or the laser resonator is slightly disturbed mechanically. Large deviations from the steady state are particularly important when they cause problems (e.g. spiking and hot spots), but also when they lead to useful operating modes (Q switching). Small deviations of the steady state with  $\delta n \ll n$  or  $\delta p \ll p$  lead to damped harmonic oscillations of  $n$  and  $p$ . Larger deviations produce undamped anharmonic oscillations. In this case, power peaks (spiking) of such a intensity may occur that the laser mirrors or the Nd:YAG materials can be destroyed. However, if disturbances are carried out in a controlled manner, these types of power peaks, which extend up into the gigawatt region (!), can be used to advantage. Computerised solutions must be used in calculating the solutions to the rate equations for these cases. In the following, these cases are therefore only qualitatively described.

### 1.2.7 Spiking

A large deviation from the steady state undoubtedly occurs when the laser is switched on or when the pump-light source is switched on. Until the threshold pump power  $P_{th}$  is reached, there are practically no photons present in the resonator.

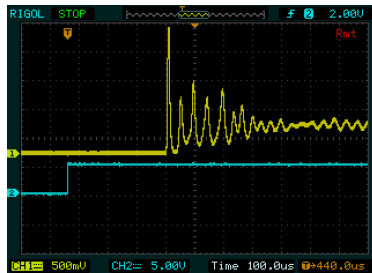


Fig. 1.8: Spiking of the Nd:YAG laser

When the population inversion reaches the threshold, a photon field is formed. However, due to the resonator propagation time, it takes a while until the photon density reaches the steady state value. During this period the inversion, which rises linearly with time, increases above the value of the threshold inversion. This in turn means a more rapid increase in the photon density. This rise is so rapid that the inversion falls to a value slightly below the threshold and the laser oscillation stops (Fig. 1.8). The process starts again, but this time the laser is only slightly below the threshold and the expected inversion overshoot is not so large as before. In this manner the system approaches the steady state. The first power spike (initial spike) can reach a peak power of a factor 100 to 1000 higher than the steady state power value. Spiking therefore can cause serious problems and it can lead to the destruction of the

optical surfaces so that the laser might destroy itself during switch-on. This behaviour which will be observed in the latter experiments indicates, that the Nd YAG crystal can store energy.

### 1.2.8 Q-switching

The quality of a resonator is the quotient of the resonance frequency and the half width of the resonance curve. The definition is the same as for oscillator circuits known from electronics. A low Q figure for a resonator signifies high losses and vice versa. In a laser resonator with low Q, a high inversion can be produced without laser oscillation, because the threshold is high. If the resonator Q is then suddenly switched to a higher value, a high photon density is formed and a large part of the inversion stored in the laser-active material transfers into the photon field. This is a similar process as discussed with the occurrence of spiking. In contrast to spiking, here the laser threshold is controlled by the insertion and removal of resonator losses. The losses can be switched with an electro-optical switch or by a saturable absorber, which transmission depends on the irradiated intensity. In this experimental set-up a Cr:YAG crystal is used as saturable absorber. The energy level from which the laser emission of 1064 nm starts is the  $^4F_{3/2}$  state (Fig. 1.4) which has a mean lifetime of app. 250  $\mu\text{sec}$ . This means that it takes 250  $\mu\text{sec}$  before the intensity of the spontaneous emission decreases to 1/e of its starting value, when the pumping field is switched off suddenly. This mean lifetime will be measured in a later experiment. For a laser system, this behaviour can be exploited for the generation of short pulses with high peak powers. Although the time dependent solution of the rate equations can not be derived by analytical expressions one can obtain some simple derivations under the following assumptions. Because of the very fast increase of the photon density the terms in Eq. ( 1.1 ) of the pumping rate and the rate of spontaneous emission can be neglected. The development in time of the population density (Eq.( 1.1 )) simplifies with

$$n_{th} = \frac{1}{\sigma \cdot c \cdot \tau_{ph}}$$

in this case to:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{n_{th}} \cdot \frac{p}{\tau_{ph}} \quad (1.5)$$

and the photon density to:

$$\frac{dp}{dt} = \left(\frac{n}{n_{th}} - 1\right) \cdot \frac{p}{\tau_{ph}} \quad (1.6)$$

The above equations can be solved for the build up of the giant pulse when the population density  $n$  is nearly constant and corresponds approximately to the starting population  $n_i$ . Then Eq. ( 1.6 ) becomes:

$$\frac{dp}{p} = \frac{1}{\tau_{ph}} \cdot \left(\frac{n_i}{n_{th}} - 1\right) \cdot dt$$

with the solution for the photon density:

$$p(t) = e^{\frac{(n_i/n_{th}) - 1}{\tau_{ph}} \cdot t}$$

## The Nd:YAG Laser: Four-level system of the Nd:YAG laser

In accordance to the above solution the density of the photons rises exponentially with a time constant  $\tau$ , which is due  $n_i/n_{th} \gg 1$  considerably lower than the life time  $\tau_{ph}$  of the photons inside the resonator. An additional remarkable aspect in the development in time of the photon density is the point where the inversion  $n(t)$  is decreased to  $n_{th}$ . At this moment  $dp/dt$  becomes 0 and therefore  $p = \text{const.} = p_{\text{max}}$ .

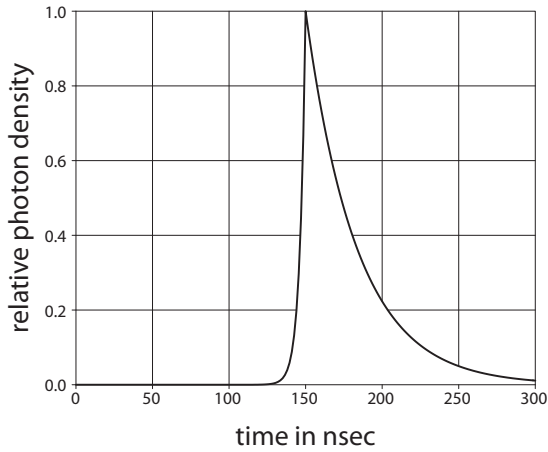
Eq. ( 1.6 ) can now be written as:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{p_{\text{max}}}{\tau_{\text{ph}}}$$

The negative sign indicates that the inversion is decreasing further. No additional laser photons will be produced. The photon density reaches its maximum and decays now with the time constant

$$\tau_{\text{ph}} = \frac{L}{c \cdot (1-R)}$$

related to the lifetime of the photons inside the resonator.



**Fig. 1.9:** Calculated photon density for  $n_i / n_{th} = 10$ , a resonator length  $L$  of 100 mm and resonator losses of 1%.

The rising part of the curve corresponds to the surplus inversion and the falling one to the photon life time inside the resonator. The peak value of the photon density is given by:

$$p_{\text{max}} = n_{th} \cdot \ln\left(\frac{n_{th}}{n_i}\right) - (n_{th} - n_i)$$

and the peak value of the intensity  $I_{\text{max}}$  by:

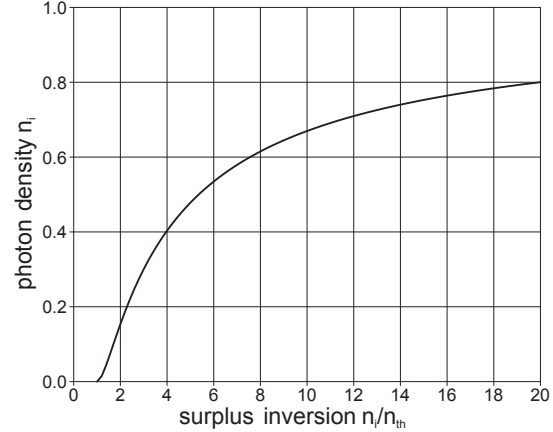
$$I_{\text{max}} = \frac{1-R}{2} \cdot h \cdot \nu \cdot c \cdot p_{\text{max}}$$

The cross section of the stimulated emission  $\sigma$  for the transition 3-2 (Fig. 1.5) amounts  $\sigma = 8.8 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$  and the photon energy  $h\nu_{1064 \text{ nm}} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Joule}$ .

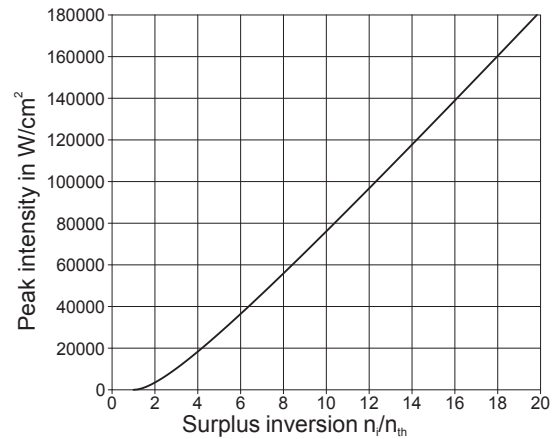
At this point of the discussion it becomes clear why lasers, whose starting energy level for the laser process has a low lifetime, do not exhibit a considerable increase of the output power under Q-switch operation. These lasers can only achieve a small value of a surplus inversion  $n_i / n_{th}$ .

In the case of the  $\text{CO}_2$  laser one can obtain a slight increase of the output power termed as super pulse instead of gi-

ant pulse for the YAG laser. For the He Ne Laser with a lifetime of the starting level of some nano seconds no increase of the laser power under Q-switch operation will be obtained. In the case of the Nd:YAG laser with its lifetime of approx. 250  $\mu\text{sec}$  of the starting level the duration of the giant pulse amounts 50 nsec, so that peak powers can be achieved which are considerably higher than the pump power itself. There are some techniques to realise the giant pulse operation of a laser. But they all work with the same fundamental operation: the laser oscillation is prevented until a sufficient surplus inversion is attained.



**Fig. 1.10:** Attainable peak value of the photon density relative to the initial inversion  $n_i$  versus the surplus inversion  $n_i / n_{th}$



**Fig. 1.11:** Attainable peak intensities of the cw Nd YAG-Laser at  $T=1\%$  in Q-switch mode

Of course it is also important that the releasing of the oscillation takes place sufficiently quick. In the ideal case  $n_{th} = \infty$  for the blocked resonator and  $n_{th} = \text{min}$  for the released resonator. If for instance the threshold is varying slowly in time also  $n_i / n_{th}$  is reducing as well as the attainable peak power. The switching of the Q of the resonator can be achieved with pure mechanical, electro-optical modulator, acousto-optic modulator or by means of a saturable absorber.

These different types of Q-switch devices are described in the following chapters.

## 2.0 Laser Resonator

### 2.1 Types of resonators

The most simple optical resonator, the Fabry-Perot resonator, consists of a pair of plane or spherical mirrors located opposite one another. They are centred to a common optical axis and are aligned perpendicular to this axis

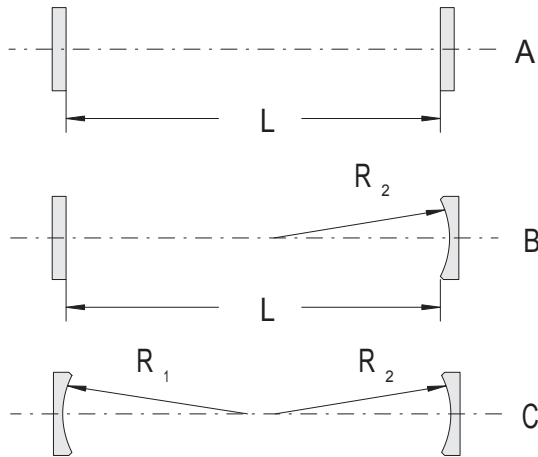


Fig. 2.1: Types of resonator

There are basically three different types of optical resonators:

- plane parallel resonator**                      **A**
- hemispherical resonator**                      **B**
- spherical resonator**                      **C**

For lasers in the low to medium power range (1 mW-200W), the hemispherical resonator is mainly used. Its features include high output powers with relatively uncritical mechanical adjustment.

Apart from other parameters, the output power depends on how much of the laser-active material is used. In this respect the terms pump volume and mode volume are used. The pump volume is the volume of the active material which is illuminated by the pump radiation. In contrast the mode volume is the volume which the laser modes fill within the laser-active material. By selecting the focusing, the pump radiation and the resonator shape the designer can influence both quantities. In the optimum case the pump volume should be a little larger than the mode volume. The mode volume depends on which beam parameters are chosen within the laser resonator. These parameters are determined by the selection of the type of resonator, the radius R of curvature and separation L of the mirrors. However, it should be noted that within certain limits the separation L of the mirrors cannot be varied at will for a given radius R of curvature.

### 2.2 Stability criterion

The range in which a resonator configuration exhibits any kind of optical stability is found by the stability criterion. A resonator is optically stable if, after any number of reflections, the light still remains in the resonator due to the imaging characteristics of the mirrors used and does not

leave the resonator by protruding beyond the edges of the mirrors. For the plane parallel resonator (A), in which the light beam is only reflected and not modified in shape, it must be ensured that both plane parallel mirrors are adjusted exactly parallel to one another. This type of resonator is the most difficult to adjust and to maintain in a correctly adjusted condition. The spherical resonator (C) is the most simple to adjust, but has the disadvantage that undesired transverse modes can easily start to oscillate. This means that the laser power is split up over a number of modes which are separated spatially from one another and which cannot be focused to a common point as with longitudinal modes.

The hemispherical resonator represents a satisfactory compromise and the stability range for this type of laser is determined in the following. First of all, the g parameters are defined.

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \quad \text{g - Parameter}$$

L is the mirror separation and R is the radius of curvature of the laser mirror. The index i is 1 for the left mirror and 2 for the mirror on the right side. If the product  $g_1g_2$  satisfies the condition

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1 \quad \text{stability criterion}$$

then the resonator is optically stable and the light, once produced, does not leave the resonator by passing over the edges of the mirror. Instead the light remains within an upper limit referred to a distance parallel to the optical axis of the resonator. The stability diagram for the case of interest here is shown in Fig. 2.2 for the hemispherical resonator.

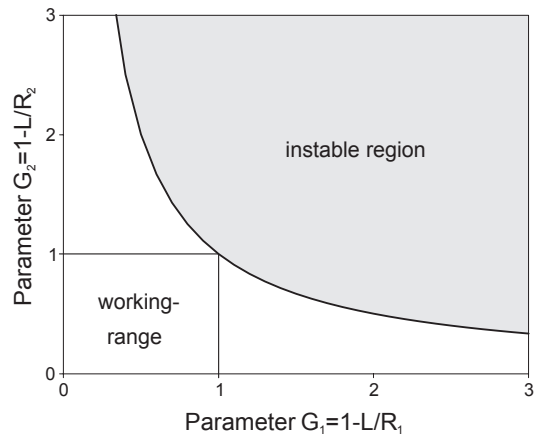


Fig. 2.2: Stability diagram

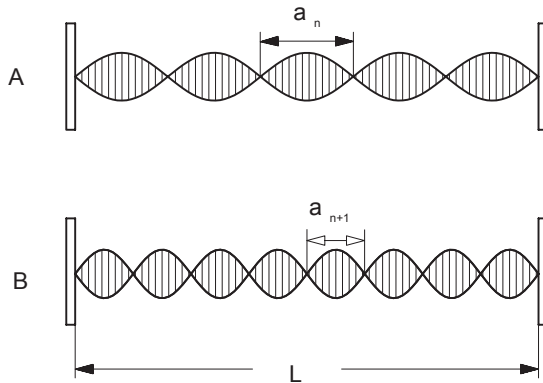
For this resonator  $g_1=1$ , since  $R_1 = \infty$  (plane mirror). All resonators are unstable above the limiting curve  $g_1 g_2 = 1$  and are stable below this limit. Since  $g_1 = 1$ , then with a fixed  $R_2$  the distance of mirror 2 can only be changed from  $L=0$  ( $g_2=1$ ) to  $L=R_2$  ( $g_2=0$ ). The distance that is actually adjusted within this range depends on the application for which the laser is to be optimized for. The closer the resonator is operated to the stability limit, then the more sensi-



tive it is to maladjustment, because even small changes in separation can take the resonator into the unstable region (e.g. thermal expansion). The mirror separation can be decreased to prevent this problem, but the mode volume is reduced and this in turn significantly affects the output power of the laser.

## 2.3 Resonator modes

### 2.3.1 Longitudinal modes



**Fig. 2.3: Standing waves in a resonator with plane parallel mirrors. In the upper example five longitudinal modes fit into the resonator of length L and in the lower one n=8**

The light-wave is reflected at the mirrors and returns along the same path. The electric field strength of the wave is therefore zero at the mirrors. For a certain separation L of the mirrors only waves can be formed which have a field strength of zero at both mirrors. Obviously, this is possible for a large number of waves for which an integer number n of their half wavelengths  $\lambda/2$  fit in the resonator Fig. 2.3. The waves which fit into the resonator are termed oscillating modes or simply modes. If this integer number is n, then all waves fit into the resonator for which

$$n \cdot a_n = L$$

is true. The next neighbouring mode fulfils the condition

$$(n+1) \cdot a_{n+1} = L$$

The separation between the wavelength of two neighbouring modes is  $2a_{n+1}-2a_n$ . If  $\lambda$  is the wavelength,  $\nu$  the frequency and  $c$  the velocity of the wave, then the following applies with:

$$a_n = \frac{\lambda_n}{2} \text{ and } \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$|\delta\lambda| = |\lambda_{a(n+1)} - \lambda_{a(n)}| = \frac{2 \cdot L}{n \cdot (n+1)}$$

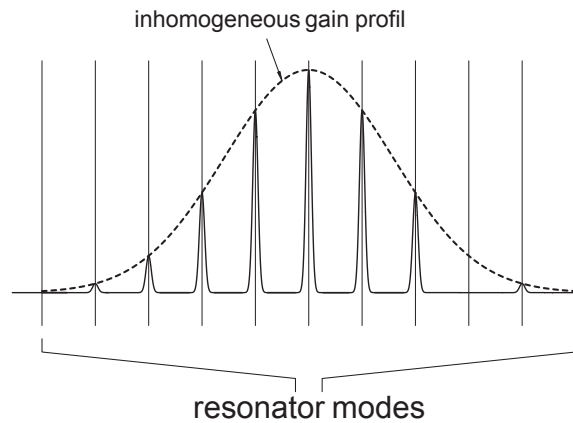
or:

$$\delta\nu = \frac{c}{2 \cdot L}$$

The magnitude of  $\delta\nu$  is termed the mode spacing. For a

resonator with a length L of e.g. 50 mm, the mode spacing  $\delta\nu$  amounts to 3 GHz. In principle there are a very large number of modes which can fit into the resonator. However, the laser-active material can only amplify a certain limited range of these modes. For the Nd-YAG laser the wavelength at which the maximum gain occurs is 1064 nm.

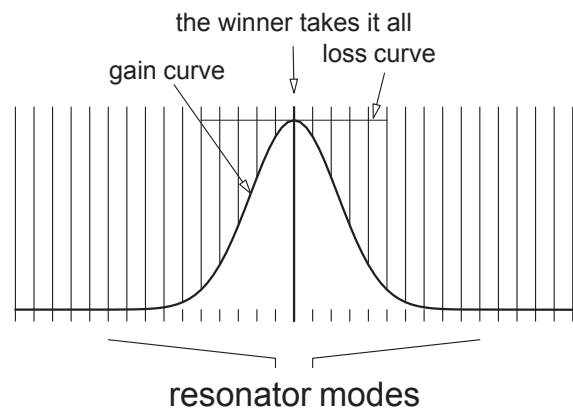
The region in which amplification takes place is given by the gain bandwidth (similar to the emission bandwidth). It should therefore be expected that for a resonator length of 50 mm with a mode interval of 3 GHz, 30 longitudinal modes will start to oscillate and the laser emission should consist of a combination of discrete frequencies.



**Fig. 2.4: Inhomogeneous gain profile with shown resonator modes. Each individual mode has almost independent operating conditions within the group**

From the model of the rate equations we already know that in the steady-state operation of the laser the inversion is reduced until its threshold is reached and that the excess pump photons are converted into laser light.

This also means that the gain reaches the value at which the losses are just compensated. According to Fig. 2.5 this would be a horizontal straight line touching the gain curve at its maximum. In this picture only one mode would be able to oscillate, i.e. the one situated closest to the point where the line and curve meet. Just this one mode would take the complete inversion by itself in a "winner takes it all" manner.



**Fig. 2.5: Homogeneously broadened gain profile with shown resonator modes**

### 2.3.2 Gain profile

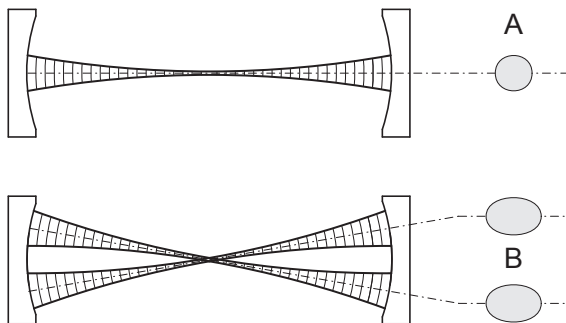
Laser materials which consists of atoms or molecules with different properties behave in a different manner. This is particularly noticeable in the situation with gas lasers, e.g. the He-Ne laser, in which the atoms, to a certain extent, move freely in a discharge tube.

Following the Maxwell-Boltzmann distribution, there are groups of atoms which have different velocities. These different groups represent their own classes and gain profiles. The whole gain profile is no longer homogeneous but is instead inhomogeneous. These types of laser principally oscillate on a number of modes (multimode operation).

However, experience has shown that there are no purely homogeneous or inhomogeneous systems. Therefore, the gain profile of the Nd:YAG laser is mainly homogeneous, it also has smaller inhomogeneous parts which lead to the Nd:YAG laser oscillating multimode. Optically pumped systems with homogeneous gain profiles are particularly susceptible to variations in pump power and to disturbances in the resonator length due to vibration, noise, etc. The gain characteristic of the system resonator/laser material is modulated by these types of effects and additional modes can occur. This effect is in fact exploited to generate modes which are coupled together. This method of operation is termed mode locking due to gain modulation. Very short laser pulses in the picosecond region can be produced using this type of operating.

### 2.3.3 Transverse modes

For the sake of simplicity, the laser and resonator properties were discussed for an example of a plane parallel resonator. In practice this type of resonator is not used due to its disadvantageous characteristics.



**Fig. 2.6:** A spherical resonator with oscillation in the fundamental  $TEM_{00q}$  (A) and a transverse mode  $TEM_{01q}$  (B)

The hemispherical resonator has become very popular, since it exploits in a special manner the desired mode characteristics of the plane parallel resonator and the advantages of adjustment associated with the spherical resonator. However, a disadvantage accompanies this advantage. Whereas almost exclusively longitudinal modes excite in the plane parallel resonator, transversal modes can also arise in spherical resonators. This effect is shown in Fig. 2.6. In contrast to Fig. 2.3 showing the standing waves in the diagram of the electric field of the laser beam, here the geometrical shape of the beam within the resonator is illustrated. When the laser operates in the steady state, the wave-fronts at the mirrors have the same radius of curva-

ture as the mirrors themselves. The situation is drawn in case A in which a radiation field has formed symmetrically about the optical axis. At the resonator output one can see a round Gaussian shaped intensity distribution. But it is also possible for a radiation field to be set up at an angle to the resonator's optical axis. In principle a multitude of this type of radiation field can develop, because in all of these cases the radius of curvature for the radiation field at the mirrors is the same as that of the mirrors. At the resonator output one can now observe intensity distributions spatially separated and no longer symmetrical about the axis of radiation. Since these modes do not oscillate in the direction of the optical axis (longitudinal) but are mainly transversal, these modes are termed transversal modes. Owing to the large number of modes, a convention has been adopted in which the relevant modes are given a universal designation:

$$TEM_{mnq}$$

TEM stands for Transverse Electromagnetic Modes. The indices  $m$ ,  $n$  and  $q$  are integer numbers which state the number of intensity spots minus one in the X axis ( $m$ ) and the number in the Y axis ( $n$ ) which are observed. The basis for this consideration is the fundamental mode  $TEM_{00q}$  which produces just a round spot. In the example in Fig. 2.6 (B) the designation is:

$$TEM_{01q}$$

The number  $q$  states how many nodal points the standing wave in the resonator has. This number does not have any significance for the user of the laser and is therefore generally omitted.

### 3.0 The pump-light source

High power Nd:YAG lasers are still mainly pumped with discharge lamps. Commercially available laser systems can output up to 2,000 watts of continuous-waves laser power. If one bears in mind that the overall efficiency of the Nd:YAG laser is about 1 - 2%, then the discharge lamps must have a light output power of approximately 100 - 200 kW.

From the light produced, only 2,000 W is converted into laser power and the rest appears as heat which must be extracted using complicated cooling systems.

The reason for this “poor” efficiency is that the light produced by the discharge lamps has a broad spectral distribution and the Nd:YAG crystal can only accept the offered light in a number of narrow absorption bands.

Up to the present time it has not been possible, in spite of complex and intensive research, to develop discharge lamps which have an emission tuned to the absorption bands of the Nd:YAG crystal. Along these lines, the gas, which is excited in the discharge lamps, has been doped with additives to produce preferred spectral emissions.

### 3.1 Diode Laser

Laser diodes do not have this disadvantage since they emit intensive laser light in a narrow spectral range of only a few nano meters. The wavelength of diode emission therefore matches an absorption band of the Nd:YAG crystal very well. It is possible to achieve efficiencies of 50-80% in this manner. However, there are not at present any laser diodes available with output powers greater than 10 W. On account of the attractive features of laser diodes which, in contrast to discharge lamps, do not require any heavy duty power supplies for high voltages (approx. 1000 V), intensive research has started to manufacture of high-power laser diodes.

A further advantage of laser diodes is their very small size which enables a large number of individual diodes to be integrated on one common chip. Rows of pump-light sources with optical output powers into the kW region can be built up with this type of laser diode arrays.

The laser diodes are a special class of lasers. They differ from “conventional” lasers in two points:

Firstly for the classical lasers the laser-active atoms (molecules or ions) are independent of one another and only the same energy levels are used for the laser process. This means in principle that in order to produce a population inversion an infinite number of atoms can contribute (Boltzmann statistics).

This is not the case with semiconductor lasers. Here a defined energy level can only be occupied by two active particles (electrons, Pauli principle). But in semiconductors, the wave functions of the individual atoms overlap to form a common energy band and the extent to which the level is occupied follows the Fermi Dirac statistics. When considering the laser process, the transition between the distribution of population in two energy bands instead of two energy levels must be taken into account as for conventional lasers.

The second important difference concerns the propagation of the laser light within the pn zone. The spatial intensity

distribution of the laser beam is defined by the laser medium and not by the resonator as for normal lasers.

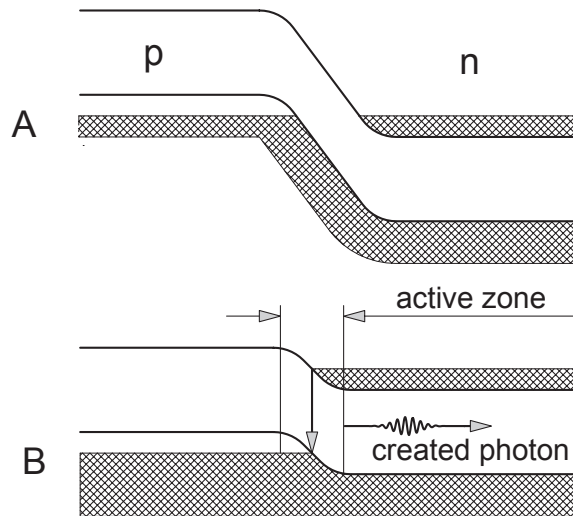


Fig. 3.1: pn junction without applied voltage (A), with applied forward voltage (B). The active zone contains both electrons and holes which produce a photon when recombining.

These two points lead to the fact that the beam characteristics and the spectral properties of semiconductor lasers are significantly different from those of conventional lasers:

**For 1.)** Laser diodes do not have any inherently defined emission wavelength, because there are no two discrete energy levels that are responsible for the laser process as with traditional lasers, but rather an energy distribution of electrons in energy bands.

**For 2.)** The production and guidance of the laser light takes place in a very narrow space (pn layer). In contrast to the conventional laser, the dimensions of the resonator are about the same order of magnitude as the wavelength of the laser beam. The spatial distribution of the laser beam and the mode structure is defined by waveguides, whereas the light is freely propagating within a resonator of a conventional type of laser. These two points influence the application of laser diodes.

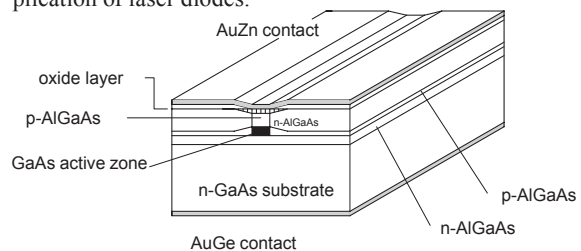


Fig. 3.2: (GaAl)As semiconductor laser with double heterostructure and single stripe geometry

Before the laser beam from laser diodes can be used in the usual manner, the strong divergence must be corrected by sometimes complex optical systems.

Also, the corrected parallel beam does not have a round cross-sectional shape, but is elliptical and sometimes almost rectangular. The corrections required to the beam of a laser diode and the difficulties in obtaining the required

focusing characteristics with comparable power densities mean that the expense involved in the optics obviates the cost advantages of laser diodes.

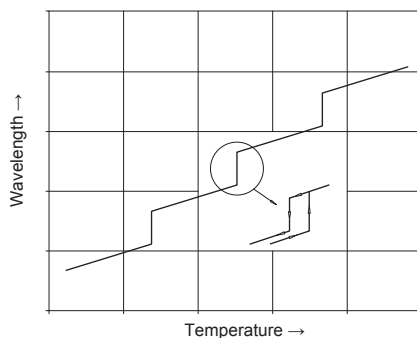
Because of this, a way is sought of using the laser diode, not as a primary high power laser, but instead, due to its excellent other characteristics, as a pump-light source for conventional laser systems. It should also be mentioned that the above arguments are only relevant when considering laser systems with high powers for applications in material processing. Without a doubt, laser diodes are excellent as primary lasers in communication techniques.

Fig. 3.2 shows a diagrammatic representation of a (GaAl)As semiconductor laser with double heterostructure and single stripe geometry. Charge carriers are injected into the very thin (approx.  $0,2 \mu\text{m}$ ) active layer by applying a voltage via the upper AuZn contact stripe which is only a few  $\mu\text{m}$  wide. The active zone is embedded between two hetero junction boundaries which act as barriers for the charge carriers. If the flow of current is high enough, population inversion is formed in the active volume.

The laser beam leaves the active zone through the exit window. The crystal has such a high index of refraction that the end surfaces have a sufficient degree of reflection so that no further coating is required and they therefore act as laser resonator mirrors.

There are a large number of types of diode lasers which differ in their structure. Only multiple stripe laser diodes, known as diode arrays, are available at present as high-power laser diodes with powers from 3 W upwards. Single stripe diodes (Fig. 3.2) are currently limited in their output power to about 3 W. Meanwhile output powers of up to kW can be achieved by rows of a number of active zones on one chip. The closer the separation between the stripes, the lower the laser threshold will be.

With a sufficiently high gain “super modes” are created which correspond to one oscillation state for the coupled active zones. The beam profile of the super mode is dispersed according to the extent of the stripe. A laser diode with a single stripe and an output power of 500 mW is used for the Nd-YAG experimental laser.

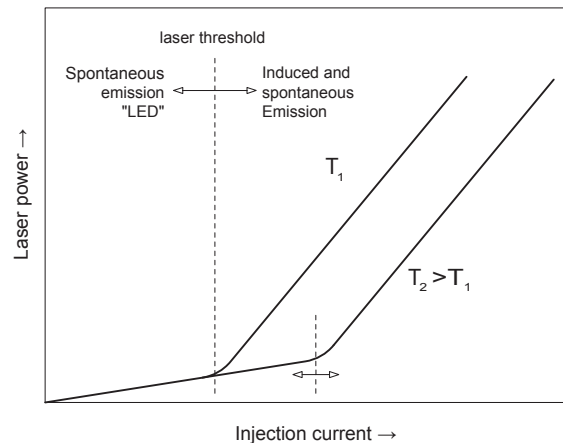


**Fig. 3.3: Emission wavelength in dependence of the laser diode crystal temperature showing a hysteresis**

A further characteristic of the diode laser is the strong dependence of the laser wavelengths on the temperature of the semiconductor laser (app.  $0.25 \text{ nm}/^\circ\text{K}$ ) and of the injection current (app.  $0.05 \text{ nm}/\text{mA}$ ). Users who need a defined wavelength must maintain the temperature and the injection current constant to the required values. The

wavelength of the laser beam can be changed by altering the temperature. The wavelength increases with rising temperature. This is due to the fact that with rising temperature the refractive index and the length of the active zone, and therefore of the resonator, are increased.

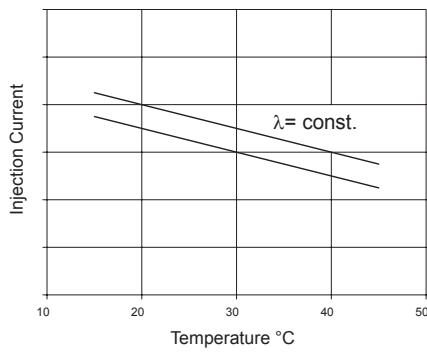
Above a certain temperature the mode no longer fits into the resonator and a different one oscillates for which the conditions are now more favourable. Since the mode interval of the extremely short resonator (typically  $300 \mu\text{m}$ ) is very large, the mode jump is about  $0.3 \text{ nm}$ . If the temperature is reduced, the laser jumps back in its wavelength again. The return jump does not necessarily take place into the initial mode.



**Fig. 3.4: Dependence of Laser power on the injection current with the temperature as a parameter**

Applications which rely on correct variable tuning of the wavelength of the laser diode should be carried out in a region of the curve in Fig. 3.3 that is remote from any jumps. Similar behaviour is also observed when the injection current, and therefore the laser output power, is varied. Here the change in wavelength arises mainly due to the increase in the refractive index which in turn is due to the rise in charge carrier density in the active zone. With higher output power the temperature also rises due to losses in the form of heat in the active zone. The dependence of the current, and therefore the output power, on the temperature is typical for semiconductors (Fig. 3.4). It is therefore essential that in practical operation the beam power is continually monitored.

To achieve this, a photodiode is built into the laser housing and the photodiode supplies a signal which is independent of temperature and which is proportional to the beam power. This signal is used as input for a control circuit with which the laser current is corrected and laser power maintained constant.



**Fig. 3.5: Injection current versus temperature for constant wavelength, shown for two different wavelength**

The wavelength of the laser diode can be expressed as a function the two variables temperature  $T$  and injection current  $I$  in the following equation:

$$\begin{aligned} \lambda(T, I) = & \lambda(T_0, I_0) + \alpha_T \cdot (T - T_0) + \alpha_I \cdot (I - I_0) \\ & + \alpha_T^2 \cdot (T - T_0)^2 + \alpha_I^2 \cdot (I - I_0)^2 \\ & + \dots + \alpha_T^n \cdot (T - T_0)^n + \alpha_I^n \cdot (I - I_0)^n \end{aligned}$$

For practical considerations it is sufficient to use only the linear terms of the above equation. This approximation is good for  $\delta\lambda/\lambda > 10^{-6}$ . For operation at constant wavelength,

$$\lambda(T, I) = \text{const.} = \lambda_c,$$

the equation can be written as:

$$I = I_0 + \frac{1}{\alpha_T} (\lambda - \lambda_0) + \frac{\alpha_T}{\alpha_I} \cdot (T - T_0)$$

Once this curve is measured as it will be done later, the important coefficients  $\alpha_T$  and  $\alpha_I$  can be determined.

### 4.0 Second Harmonic Generation

#### 4.1 Introduction

The saying “to shed light upon a matter” means, more or less, to “illuminate” facts that are unclear. In 1644 Rene Descartes published his metaphysical ideas on the essence of light. Since then, people have been trying to shed light upon “light” itself. According to his ideas, light consists of scattered particles which have different speeds in different bodies. In 1667, R. Hooke claimed that this was all nonsense. He was the first person who thought that light consisted of quick oscillations. Huygens demonstrated light ether in 1690.

In 1717 Newton proved that light has a transversal property. At that time, however, people could only imagine longitudinal waves, so Newton rejected the wave theory of light completely. Newton’s authority over the subject prevented the formulation of the wave theory of light for 100 years.

Unaffected by the dispute over the essence of light, James Clerk Maxwell summarised the electrical and magnetic appearances in a system of mathematical equations.

In 1856, when Kohlrausch and Weber found out through measurements that the speed of electromagnetic waves was the same as that of light, Maxwell came to the conclusion that light is an electromagnetic oscillation.

In 1888 Heinrich Hertz was able to give experimental proof of electromagnetic waves. As can be easily imagined, due to the various interpretations on the nature of light it took a long time for the electromagnetic theory to be recognised as a basis for the sum of the physical experiences which could not be reduced any further.

But, as we now know, even this theory has its limitations. It is possible to explain all appearances which occur in light scattering using this theory. However, it fails in the case of the emission and absorption of light.

Max Planck was able to solve the problems in this area with his famous formula

$$E = hv.$$

According to this formula light possesses both qualities, i.e. corpuscular as well as wavelike qualities. This paradoxical formula could finally be clarified through quantum mechanics. There was a further change in classic optics in the sixties of this century when lasers were discovered. For the first time, light was subjected to an unusually high intensity. People observed appearances such as the optical frequency doubling which led to the formulation of non-linear optics. In classic, i.e. linear optics, the scattering of light in matter is described by both optical constants dependent on the frequency, the refractive number  $n$  and the absorption coefficient  $\alpha$ . In present linear optics, these variables are independent of the intensity of the light falling in. Reflection, refraction, scattering speed and weakening of light are therefore constants of the relevant medium and are not dependent on the light intensity. This resulted in two important principles used everywhere in optics: The superimposition principle (interference) and maintaining the frequency. Both these conditions are only valid in relatively small light intensities as can be obtained from normal light sources. Neither the superimposition principle nor the conservation of frequency apply to the high intensities of lasers. Therefore, linear optics is only

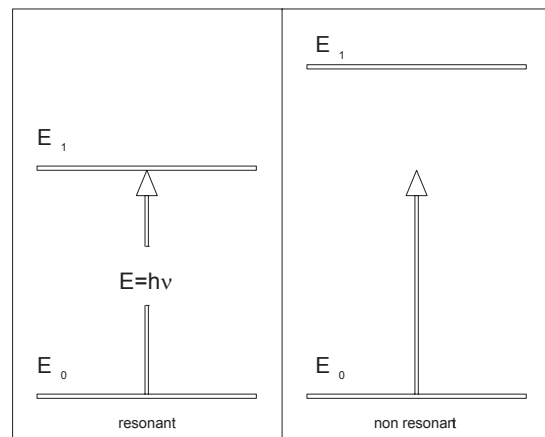
specifically applicable to small light intensities. The following explanations concern optical frequency doubling as it is carried out later with the radiation of a Nd YAG-Laser.

#### 4.2 Interaction of light and matter

The appearances observed on the basis of the interaction between light and matter can, in principle, be divided into two groups.

- A. resonant phenomena
- B. non-resonant phenomena

In the case of resonant light the incoming radiated light has an energy of  $E = hv$ , which corresponds to the energetic distance of a transition. Electrons of the atoms or molecules in their original position are transferred to  $E_1$  which is in an excited state. In the example of non-resonant light, the energy of the incoming radiated light is much smaller than the energetic interval of the observed transition.



**Fig. 4.1: Incoming radiated light is resonant to a transition of the sample (left) and non-resonant (right) for a material with another transition**

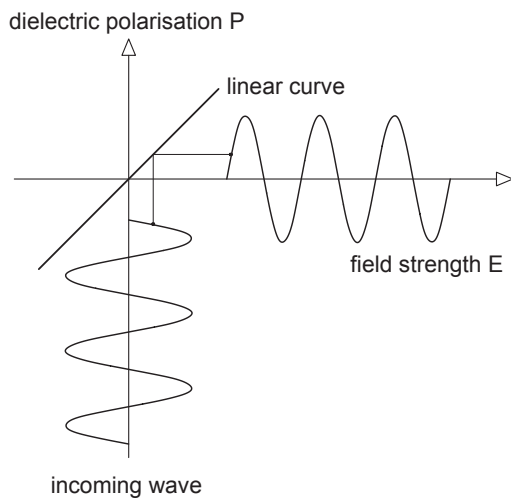
There is still an interaction, in which, however, no transition of the electrons takes place. The interaction occurs through the electromagnetic property of light together with the electromagnetic property of matter. We now want to promote the fact that our material does not conduct electricity and that it is not magnetic. This is the case for almost all optically transparent materials from which components suitable for optics, such as lenses, prisms, crystals etc. are made. The interaction of light is reduced on the electrical qualities by the selection of the material. These qualities are described using Maxwell’s equations.

#### 4.3 Non-linear Optics

For a more vivid explanation it is helpful to imagine the electrons as elastic particles bound to the nucleus. An electrical field drives the electron out of its position of rest and produces a dipole (or changes an already existing dipole). If the electrical field is periodic, then the driving out process (dielectric polarisation) will also be periodic and the dipole will radiate with the same frequency as the electrical field producing it but with a phase shift. This phase shift is responsible for the fact that the phase speed of light in matter is apparently slower than in a vacuum.

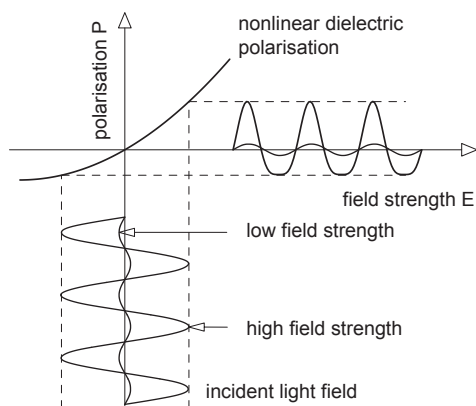
## Second Harmonic Generation: Phase matching

The photons do, in actual fact, always move at the speed of light in a vacuum. There is, of course, a vacuum between the atoms. The starting point for radiation in a medium are the incoming radiated photons which for their part, excite the dielectric polarisation dipoles. These pass on the radiation with a phase shift from dipole to dipole. If the entering photons had to be marked in colour, very few of the coloured ones would appear at the exit of the sample, but a number of the ones that are not marked would exit. When light is radiated into a transparent sample, the electrical field vector of light corresponds to the field  $E$ . If the field intensity of the light radiated is increased, so is the displacement of the electrons.



**Fig. 4.2:** Displacement of the electrons through an electrical field  $E$

The displacement of the electrons depends not only on the field intensity, but also on the “spring constant” of the binding of the electron to the nucleus (susceptibility). If the field strength or the susceptibility is large enough, the displacement becomes so big that the connection between the power and displacement, analogous to the diversion of a spring over the area of proportionality (Hooke’s Law), is not linear any longer.



**Fig. 4.3:** Increased light field

The polarisation now contains frequencies which the driving field strength did not originally contain. In the example shown in Fig. 4.2 the polarisation takes place in a linear position to the field intensity according to:

$$P = \chi_L \cdot E \quad (4.1)$$

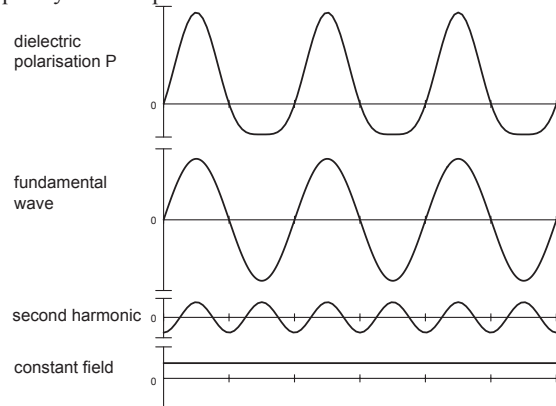
$\chi_L$  is the susceptibility. In the example shown in Fig. 4.3 the relation is not linear any longer, due to the high field intensity, but

$$P = \chi_L \cdot E + \chi_{NL}^2 \cdot E^2 \quad (4.2)$$

Even higher terms occur as the field intensity increases further. The cause for the frequency doubling is, however, the quadratic term. Since electromagnetic oscillation is a result of the polarisation and it is not harmonic, light waves will now occur with frequencies which are not contained in the exciting light.

### 4.4 Frequency doubling

A Fourier analysis shows that in this case, a further frequency occurs apart from the fundamental oscillation.



**Fig. 4.4:** Occurrence of a wave with double frequency and of a constant inner electrical field as well as the original fundamental wave

If, for example, the radiation of the Nd:YAG laser is transmitted through a suitable doubling crystal, then a radiation of 532 nm occurs apart from the fundamental wave at 1064 nm. This is a green radiation which is very clearly visible. If the intensity of the green radiation is high enough, this can be transferred again with a further crystal in UV radiation at 266 nm. Limits are only set by the availability of suitable doubling crystals. What properties should this kind of crystal possess? As we can see in Fig. 4.3, the susceptibility, i.e. the scale used for it is very large and an electron can be displaced very easily. It is also important that the electron is in a potential that is strongly anharmonic. This property can be found in some crystals which do not allow the electrons to be displaced evenly in all directions because of their grid structure. Another important factor is that the material should be such that the doubling and incoming waves are not absorbed.

### 4.5 Phase matching

An important question is, of course, the degree of effectivity  $\eta_{SHG}$  for the production of the doubled radiation. It depends on the variable of a non-linear constant  $C$ , on the used length  $L$  of the crystal used and on the intensity of the radiation of the fundamental wave.

$$\eta_{\text{SHG}} = \frac{P_{2\nu}}{P_\nu} = C \cdot I_\nu \cdot L^2 \cdot F(\delta k) \quad (4.3)$$

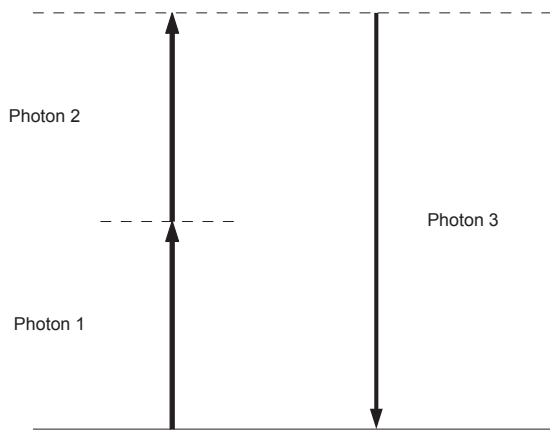
$P_{2\nu}$  denotes the power of the doubled radiation,  
 $P_\nu$  the power of the fundamental wave,  
 $I_\nu = P_\nu/A$  is the intensity of the fundamental wave, or the power  $P$  with regard to the beam cross section  $A$  and  $L$  the length of the crystal.

$$F(\delta k) = \frac{\sin^2\left(\delta k \cdot \frac{L}{2}\right)}{\left(\delta k \cdot \frac{L}{2}\right)^2} \quad (4.4)$$

$F(\delta k)$  is a function whose value and thus the degree of efficiency becomes maximum when  $\delta k = 0$ , i.e.

$$\delta k = k_{2\nu} - k_\nu = 0$$

$k_{2\nu}$  is the wave number of the doubled wave and  $k_\nu$  is the wave number of the fundamental wave. When  $\delta k = 0$  the so called phase matching condition is fulfilled. This can be easily concluded from the following observation. Let us assume, for the time being, that the doubling crystal is a black box and let us look at the conservation of energy and impulses.



**Fig. 4.5: Formation of photon 3 from photon 1 and 2**

Photon 3 is formed out of the photons 1 and 2. Since photons 1 and 2 are identical to the frequency doubling in this case, photon 3 possesses the energy

$$E_3 = E_{2\nu} = E_1 + E_2 = 2 \cdot h \cdot \nu \quad (4.5)$$

The conservation of the impulses is also the same since there is no other mechanism that can take an impulse  $J$ .

$$J_3 = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot k_{2\nu} = J_1 + J_2 = \frac{h}{\pi} \cdot k_\nu \quad (4.6)$$

This means  $k_{2\nu}$  has to be equal to  $2 k_\nu$  for a correct energy and impulse balance. The frequency doubling occurs with the highest degree of efficiency when the sum and the di-

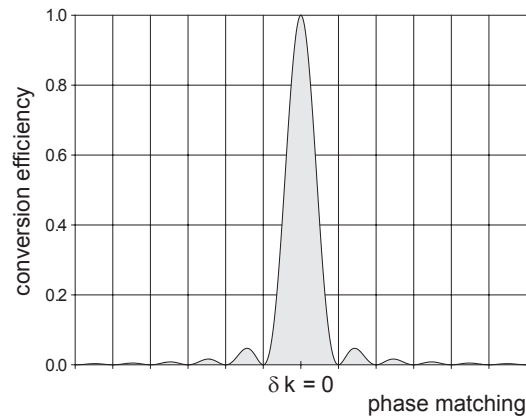
rection of the impulses are maintained.

Since  $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$  in vacuum and  $k = \frac{2 \cdot \pi}{n(\nu) \cdot \lambda}$  in matter, the phase matching condition

$$n(2 \cdot \nu) = n(\nu) \quad (4.7)$$

is a result of equation (4.6).

If the index of refraction  $n(2\nu)$  of the doubled radiation is the same as the index of refraction  $n(\nu)$  of the fundamental wave, the conversion occurs at the highest degree of efficiency. This is not possible due to the normal dispersion. Therefore birefractive crystals are used with which the various refractive figures of the ordinary and extraordinary beams are exploited. If radiation occurs at a particular angle with regard to the optical axis of the crystal, the condition for phase matching can be fulfilled. This type of matching is known as angle matching and is the type which is mainly used.



**Fig. 4.6: Efficiency of the frequency doubling as a function of phase matching according to Eq. (4.4)**

If radiation does not take place exactly at the matching angle the degree of efficiency will be reduced considerably. In the case of deviations within  $\pm 2^\circ$  (acceptance angle) we can still observe a frequency doubling, for example, in the case of KTP (Potassium Titanyl Phosphate). In practice the crystals are fixed onto adjustable holders to achieve the best possible degree of efficiency.

A further important aspect for the conversion efficiency is, according to equation (4.3), the intensity of the fundamental wave. Therefore two things must be observed when setting up an experiment:

1. A maximum possible fundamental wave power should be produced.
2. The highest possible intensity should be created through focusing.

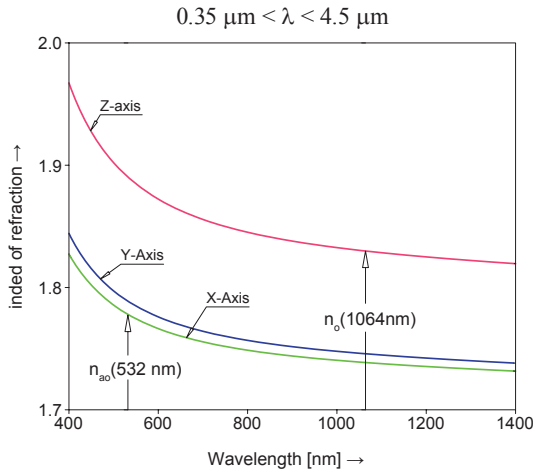
This is why the frequency doubling is carried out inside the resonator in a further experiment. The power of a laser is much higher within the resonator than outside. In addition the doubling crystal is positioned in the beam waist. A KTP crystal is used in the experiment as a doubling crystal. KTP stands for the compound  $\text{K TiO PO}_4$ , Potassium Titanyl Phosphate and is a positive ( $n_o > n_{ao}$ ) crystal with



## Second Harmonic Generation: Phase matching

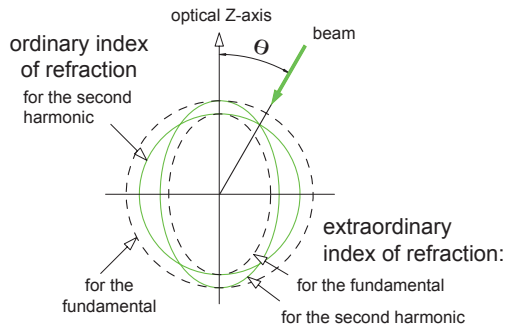
two axes. This means that extraordinary refraction occurs in different ways in the X and Y directions. The wavelength dependency of the refractive index is given in the following equations for KTP and in Fig. 4.7.

$$\begin{aligned} n_x^2 &= 2.10468 + 0.89342 \lambda^2 / [\lambda^2 - 0.004438] - 0.01036 \lambda^2 \\ n_y^2 &= 2.14559 + 0.87629 \lambda^2 / [\lambda^2 - 0.0485] - 0.01173 \lambda^2 \\ n_z^2 &= 1.9446 + 1.3617 \lambda^2 / [\lambda^2 - 0.042] - 0.01491 \lambda^2 \end{aligned}$$



**Fig. 4.7: Dispersion of KTP**

The condition  $n(2\nu) = n(\nu)$  must be fulfilled. This condition can be fulfilled because the value of the extraordinary refractive index depends on the angle  $\theta$  to the optical axis Z of the KTP crystal whereas the ordinary index does not. If the fundamental wave (laser beam at 1064 nm) is beamed in at a particular angle then  $n(2\nu) = n(\nu)$ . This angle is given by the intersection of the ellipse  $n^{2\nu}_{ao}(\theta)$  with the circle  $n_o^{\nu}$  (Fig. 4.8).



**Fig. 4.8: Index ellipsoid and phase matching for  $n(2\nu) = n(\nu)$**

According to geometric considerations based on Fig. 4.8 the angle  $\theta$  can be calculated with the following equation.

$$\sin^2(\theta) = \frac{n_o^{-2}(\nu) - n_o^{-2}(2\nu)}{n_{ao}^{-2}(2\nu) - n_o^{-2}(2\nu)}$$

The refractive indices in each case can be calculated from the dispersion curves.

The KTP crystal is then cut in such a way that the laser beam meets the crystal and the optical axis at the angle  $\theta$ .

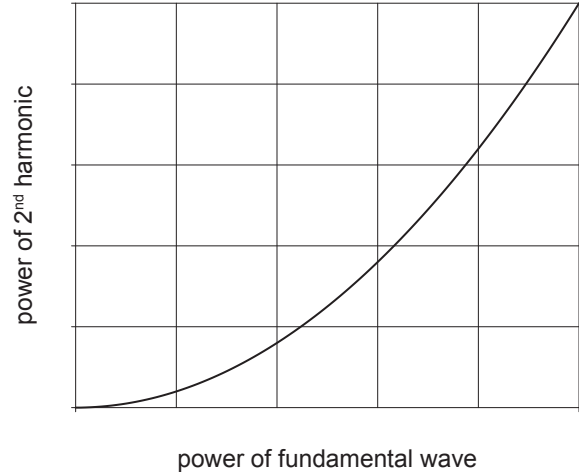
Dr. Walter Luhs - Jan. 1999, revised 2003, 2009, 2011

Finally we will discuss the power of the frequency doubled wave. Once the phase matching has been ensured, then

$$P_{2\nu} = \frac{C \cdot L^2}{A} \cdot P_{\nu}^2$$

according to equation (4.3).

After this, the power  $P_{2\nu}$  of the frequency doubled wave increases quadratically with the power  $P_{\nu}$  of the fundamental wave.



**Fig. 4.9: Quadratic relation between the power of the fundamental waves and that of the second harmonic.**

Furthermore, it has been determined that there is no threshold in this process. Set-ups and arrangements for the efficient carrying out of the frequency doubling should therefore be selected. These should produce as large as possible powerful fundamental. Since, for example, the Q-switch operation leads to a considerable increase in power, this method is explained in greater detail with the Nd-YAG laser although it will not be carried out in this experiment. We have not yet discussed the constant C in detail.

$$C = 2 \cdot \left( \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \cdot \omega^2 \cdot \frac{d_{ik}}{n^3}$$

$\mu_0$  denotes the induction constant,  $\epsilon_0$  the influence constant,  $\omega=2\pi\nu$  the angular frequency,  $n$  the index of refraction of the crystal and  $d_{ik}$  are components of the susceptibility tensor  $\chi$ . Till now we have considered  $\chi$  as a number, i.e. the medium observed was isotropic. This is not valid for the crystals used here. We will develop the ideas to the extent that we will accept P and E as vectors.

$$\vec{P} = (P_x, P_y, P_z) \quad \text{and} \quad \vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

$$\vec{P} = \chi_L \cdot \vec{E} + \chi_{NL} \cdot \vec{E}^2$$

This means that  $\chi_L$  and  $\chi_{NL}$  are now matrices. They are known as tensors because they have the qualities which make it possible to turn and stretch a vector  $\vec{E}$  to  $\vec{P}$ . We are only interested in the non-linear part.

$P_{NL} = \chi_{NL} [ E_x^2 + E_y^2 + E_z^2 + 2E_z E_y + 2E_z E_x + 2E_x E_y ]$   
In terms of vectors and tensors the above equation would be written as follows:

## Second Harmonic Generation: Phase matching

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_z E_y \\ 2E_z E_x \\ 2E_x E_y \end{pmatrix}$$

the fundamental wave. Apart from the phase matching we have now taken into consideration the demands placed by the tensor in non-linear polarisation. The condition for frequency doubling is, therefore, that the fundamental wave is polarised in a defined manner. We have, until now, assumed that KTP is a crystal with only one axis. This was to make the observations simpler. There is, however, very little difference between both extraordinary refractive indices compared with the ordinary one (Fig. 4.7).

KTP is an orthorhombic crystal of the type mm 2 with the following non-linear tensor  $\chi_{nl}$ .

$$\chi_{NL} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

The following is the result for non-linear polarisation based on the above equation:

$$P_x(2\nu) = 2 \cdot d_{15} \cdot E_z \cdot E_x$$

$$P_y(2\nu) = 2 \cdot d_{24} \cdot E_z \cdot E_y$$

$$P_z(2\nu) = d_{31} \cdot E_x^2 + d_{32} \cdot E_y^2 + d_{33} \cdot E_z^2$$

According to Fig the phase condition has been adjusted because the fundamental wave runs as an ordinary beam in the crystal at an angle  $\theta$  to the optical axis. Therefore the fundamental wave does not possess any component which oscillates in the Z direction, i.e.  $E_z$  is zero. The second harmonic oscillates as an extraordinary wave out of necessity since  $P_x(2\nu)$  and  $P_y(2\nu)$  are zero according to the above equations.

$$\Rightarrow P_z(2\nu) = d_{31} \cdot E_x^2 + d_{32} \cdot E_y^2$$

Now  $P_z(2\nu)$  has to be maximised. Since  $E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$  this is fulfilled for

$$P_z(2\nu, \theta) = d_{31} \cdot E_x^2 \cdot \sin^2(\theta) + d_{32} \cdot E_y^2 \cdot \cos^2(\theta)$$

$$\frac{E_x^2}{E_y^2} = \frac{d_{32}}{d_{31}} \cdot \frac{\cos^2(\theta)}{\sin^2(\theta)} = \tan^2(\phi)$$

For KTP the values of the  $d_{ik}$  are:

$$\begin{aligned} d_{31} &= 6.5 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \\ d_{32} &= 5.0 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \\ d_{33} &= 13.7 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \\ d_{24} &= 7.6 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \\ d_{15} &= 6.1 \cdot 10^{-12} \text{ m/V} \end{aligned}$$

The azimuth angle  $\phi$  of the incoming beam must be adjusted to the XY axis of the crystal to achieve a maximum power of the second harmonic so that this relationship of the amplitudes towards the crystal axis is adjusted. In practice the crystal is turned around the entering axis of