

**Transformée de Fourier discrète****Cours [Segard §5] :**

- La transforme de Fourier discrète (TFD)
- Suppositions derrière la TFD
- Relation entre la TFD et la TF
- La transformé de Fourier discrète inverse (TFD<sup>-1</sup>)
- Périodicité des TFD
- Linéarité des TFD
- Propriété de translation des TFD
- Propriété de convolution des TFD
- Calcul de la TFD d'un cosinus (Exercice 1)
- Égalité de Parseval-Plancherel pour les TFD
- La fonction delta de Dirac discrète
- La transformé de Fourier rapide (FFT, fast Fourier transform)
- Comparaison des temps de calcul pour TFD et FFT

**Exercice 1 : Calcul de la TFD d'un cosinus**

Soit le signal discret  $x_n = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

- Calculer  $X_k$  la TFD de  $x_n$  pour  $N =$  échantillons
- Montrer que  $X_k$  est périodique avec période  $N$
- Esquisser  $x_n$  et  $X_k$  pour  $N = 4$

**Exercice 2 : Calcul de TFD**

Soit le signal discret

$$x_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \text{ et } n = 2 \\ -1, & n = 1 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

- Calculer  $X_k$  la TFD de  $x_n$  pour  $N$  échantillons
- Montrer que  $X_k$  est périodique avec période  $N$
- Esquisser  $x_n$  et  $X_k$  pour  $N = 4$

**Exercice 3 : TFD sous forme matricielle**

- Donner la représentation matricielle de la TFD d'un signal comportant  $N$  échantillons.
- Donner l'expression simplifiée de cette matrice lorsque  $N = 4$ . On pourra pour cela exprimer les termes  $w^{k(N-n)}$  et  $w^{k(N+n)}$  en fonction de  $w^{kn}$ .
- Calculer alors le spectre du signal discret

$$x_n = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ 1, & n = 1 \text{ et } n = 3 \\ 2, & n = 2 \end{cases}$$

**Exercice 4 : Propriétés de la TFD**

Soient les signaux discrets  $x_n$  et  $y_n$  pour  $0 \leq n \leq N-1$ .  
Trouver de manière générale :

- $W_k$  la TFD de  $w_n = x_n + a \cdot y_n$
- $W'_k$  la TFD de  $w'_n = x_{n-n_0}$
- $W''_k$  la TFD de  $w''_n = x_n \otimes y_n$
- $W'''_k$  la TFD de  $w'''_n = x_n \cdot y_n$
- $w''_n$  la TFD inverse de  $W''_k = X_k \cdot Y_k$
- $w'''_n$  la TFD inverse de  $W'''_k = X_k \otimes Y_k$