

13 &amp; 20 Septembre 2018

Des notes de cours détaillées en format pdf sont disponibles sur ma page web (Onglet

« Enseignements »): <https://pro.univ-lille.fr/esben-andresen>

- « [Segard] » : Notes sur la transformée de Fourier continue et discrète ;
- « [Monin] » : Notes sur les filtres analogues ;
- « Fiche Hebdo # » : Les fiches hebdos + exos (seront également distribuées au cours) ;
- « TP # » : Énoncés des Tps (seront également distribuées au TP)

**Planning prévisionnel:**

- 13/9 & 20/9 : Cours/TD : La transformée de Fourier continue I (C1 Delwaulle)
- 27/9 & 4/10 : Cours/TD : La transformée de Fourier continue II (C1 Delwaulle)
- 11/10 & 18/10 : Cours/TD : Filtres analogiques (C1 Delwaulle)
- 25/10 : Cours/TD : Échantillonnage (C1 Delwaulle)
- 8/11 & 15/11 : Cours/TD : La transformée de Fourier discrète (C1 Delwaulle)
- 22/11 : Cours/TD : Quantification & Transforme de Fourier en 2 dimensions (C1 Delwaulle)
- 29/11, 6/12 & 13/12 – Cours/TD : Fast Fourier Transform (FFT), Calcul numérique avec Scilab (C1 Delwaulle)
- 22/11 (PF binômes 1-5) : TP1 (P1 salle 5)
- 25/11 (PA binômes 5-8) : TP1 (P1 salle 5)
- 29/11 (PF binômes 6-9) : TP1 (P1 salle 5)
- 2/12 (PA binômes 1-4) : TP1 (P1 salle 5)
- 6/12 (PF tous) : TP2 (P1 salle 219)
- 9/12 (PA tous) : TP2 (P1 salle 219)
- **Consulter le planning des TPs pour d'éventuels changements !**

**Contenu du module :**

- Traitement du signal analogique
  - Transformée de Fourier (TF) de signaux non-périodiques (transitoires)
  - TF de signaux périodiques
- Traitement du signal numérique
  - TF discrète
  - « Transformée de Fourier rapide » (FFT, Fast Fourier transform )
- Travaux pratiques
  - TP1 : Analyseur de spectre RF ; Oscilloscope numérique (salle de manip)
  - TP2 : Application de la TF au traitement d'images, à la modélisation physique, au conditionnement des signaux, ... (salle informatique)
- Examen
  - Écrit ; durée 3h ; notes non autorisées ; calculatrice autorisée
  - Les questions traiteront sur tous les contenus du module (cours, TD et TP)

**La transformée de Fourier continue I****Cours [Segard] §1.1 - §2.3.6 ; §2.4 - §2.4.3 ; §2.5.2 ; §2.6 :**

- Analyse de Fourier de signaux déterministes
- Signaux transitoires
- TF en notation complexe
- Intégrale de Fourier
- Rappels, numéros complexes
- Exemple : TF d'une exponentielle décroissante et d'une exponentielle croissante
- Exemple : TF inverse

- Densité spectrale d'amplitude
- Densité spectrale de phase
- Propriétés de la TF I
  - Linéarité
  - Parité
  - Dilatation
  - Translation
  - Dérive

### Exercice 1 : Transformée de Fourier d'une exponentielle décroissante

Soit une exponentielle décroissante définie par  $x(t) = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ .

- a) Calculer sa transformée de Fourier  $X(\nu)$ . Tracer la fonction complexe  $X(\nu)$ .

### Exercice 2 : Propriétés de la transformée de Fourier I

- a) Démontrer la propriété de translation de la TF, i.e. trouver des expressions pour  $TF[f(t-t_0)]$  et  $TF^{-1}[F(\nu-\nu_0)]$
- b) Démontrer la propriété de dilation/compression de la TF, i.e. trouver des expressions pour  $TF[f(a \cdot t)]$  et  $TF^{-1}[F(a \cdot \nu)]$
- c) Démontrer la propriété de linéarité de la TF, i.e. trouver des expressions pour  $TF[f(t)+g(t)]$  et  $TF^{-1}[F(\nu)+G(\nu)]$
- d) Démontrer la propriété de dérives de la TF, i.e. trouver des expressions pour  $TF\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]$  et  $TF^{-1}\left[\frac{d}{d\nu}F(\nu)\right]$

### Exercice 3 : Transformée de Fourier d'une fonction porte

- a) Calculer la transformée de Fourier  $G(\nu)$  d'une fonction  $g(t)$  rectangulaire d'amplitude  $A$  et de durée  $\tau$ , centrée sur  $t = 0$ .  
Représenter graphiquement le module et la phase de  $G(\nu)$ .
- b) À noter : On aurait pu noter  $g(t) = A \Pi_\tau(t)$  : Le symbole  $\Pi_\tau(t)$  est couramment utilisé pour décrire la fonction porte d'amplitude 1 et de durée  $\tau$ , centrée sur  $t = 0$ .

### Exercice 4 : Transformée de Fourier de la fonction de Dirac

- a) Soit  $c_\epsilon(t)$  la fonction rectangulaire de largeur  $\epsilon$ , d'aire unité, centrée sur  $t = 0$ . Calculer la transformée de Fourier de  $c_\epsilon(t)$  lorsque  $\epsilon \rightarrow \infty$ .
- b) En déduire la transformée de Fourier de la fonction de Dirac  $\delta(t)$ .

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t=0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}; \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

### Exercice 5 : Calcul de la transformée de Fourier d'une Gaussienne

Soit une Gaussienne définie par :  $f(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right)$  avec  $\tau$  une constante

- a) Calculer la transformée de Fourier  $F(\nu)$  de cette fonction.  
[Astuce 1 : prendre la dérivée de l'équation, puis prendre la transformée de Fourier de l'équation résultante. Ceci donne une équation différentielle dans le domaine spectral.]  
[Astuce 2 : On peut utiliser l'identité :  $TF[t \times f(t)] = \frac{j}{2\pi} \times \frac{dF(\nu)}{d\nu}$ ]
- b) Calculer le produit des largeurs à mi-hauteur dans le domaine temporel et spectral.