

Nom du cours : ÉLECTRO & ACOUSTO-OPTIQUE

EFFETS & COMPOSANTS ÉLECTRO-OPTIQUES

EFFETS & COMPOSANTS ACOUSTO-OPTIQUES

Cursus/option : Ingénieur / Option de 2^{ème} année

Date de mise à jour : Avril 2015

Année scolaire : 2015/2016

Auteurs : Yvan Sortais & Jean-Michel Jonathan

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| 1 Propriétés optiques tensorielles | 1 |
| 1.1 Permittivité diélectrique | 1 |
| 1.2 Imperméabilité diélectrique | 1 |
| 1.3 Ellipsoïde des indices | 2 |
| 1.4 Ellipsoïde des indices et imperméabilité diélectrique | 2 |
| 1.5 Origine des modifications de l'ellipsoïde des indices | 3 |
| | |
| I Effets et composants électro-optiques | 5 |
| | |
| 2 Les effets électro-optiques | 7 |
| 2.1 Définitions | 7 |
| 2.1.1 Tenseurs électro-optiques | 7 |
| 2.2 Représentation matricielle des tenseurs. | 8 |
| 2.2.1 Symétries thermodynamiques. | 8 |
| 2.3 L'effet électro-optique linéaire (effet Pockels) | 9 |
| 2.3.1 Matériaux centro-symétriques | 10 |
| 2.3.2 Matériaux non centro-symétriques | 10 |
| 2.4 Effet électro-optique quadratique(effet Kerr) | 11 |
| 2.4.1 Effet Kerr dans un milieu isotrope | 12 |
| | |
| 3 Dispositifs électro-optiques | 15 |
| 3.1 Modulation électro-optique | 15 |
| 3.1.1 Modulation de polarisation | 15 |
| 3.1.2 Modulation d'amplitude | 16 |
| 3.1.3 Modulation de phase | 19 |
| 3.2 Les modulateurs électro-optiques massifs | 20 |
| 3.2.1 Modulateurs longitudinaux | 20 |
| 3.2.2 Modulateurs transverses | 20 |
| 3.3 Modulateurs électro-optiques en guides d'ondes | 23 |
| 3.3.1 Modulateurs et obturateurs intégrés | 23 |
| 3.3.2 Coupleur directionnel | 24 |
| 3.4 Bande passante d'un système électro-optique | 26 |
| 3.4.1 Limitation par la capacité du cristal | 26 |
| 3.4.2 Puissance électrique consommée | 27 |
| 3.4.3 Limitation par le temps de transit de l'onde optique | 27 |
| 3.4.4 Modulateurs électro-optiques à ondes progressives | 28 |
| | |
| II Effets et composants acousto-optiques | 31 |
| | |
| 4 Interaction acousto-optique unidimensionnelle | 35 |
| 4.1 Rappels sur les ondes acoustiques et leur propagation | 35 |
| 4.1.1 Énergie acoustique de l'onde | 37 |
| 4.1.2 Onde acoustique plane | 38 |
| 4.2 Production d'une onde acoustique | 38 |
| 4.2.1 L'effet piézoélectrique | 38 |
| 4.2.2 Transducteurs piézoélectriques | 39 |
| 4.2.3 Les différents types d'ondes acoustiques | 39 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 4.3 | L'effet Photoélastique | 41 |
| 4.3.1 | Constante photo-élastique | 41 |
| 4.3.2 | Variation d'indice induite | 41 |
| 4.3.3 | Figure de mérite M | 42 |
| 4.4 | Conclusion | 43 |
| 5 | Généralisation aux systèmes tridimensionnels | 45 |
| 5.1 | Les grandeurs mécaniques | 45 |
| 5.1.1 | La notion de contrainte | 45 |
| 5.1.2 | Déformations | 46 |
| 5.1.3 | Le tenseur d'élasticité | 46 |
| 5.2 | Les grandeurs électriques | 46 |
| 5.2.1 | Les tenseurs piézoélectriques | 47 |
| 5.3 | Les propriétés optiques | 47 |
| 5.3.1 | Biréfringence induite par les contraintes | 47 |
| 5.3.2 | Onde acoustique longitudinale dans un milieu isotrope | 47 |
| 5.4 | Représentation matricielle des tenseurs. | 48 |
| 5.4.1 | Symétries thermodynamiques. | 49 |
| 5.4.2 | Symétries cristallines | 49 |
| 6 | Diffraction par un réseau d'indice. | 51 |
| 6.1 | Notions élémentaires sur les réseaux | 51 |
| 6.1.1 | Le réseau mince en optique de Fourier | 51 |
| 6.1.2 | Le réseau mince statique - Point de vue interférentiel | 53 |
| 6.1.3 | Le réseau statique épais du point de vue interférentiel | 56 |
| 6.2 | Théorie des ondes couplées dans les réseaux statiques épais. | 59 |
| 6.2.1 | Équation de propagation dans le réseau pour une onde incidente TE : | 60 |
| 6.2.2 | Efficacité de diffraction | 63 |
| 6.2.3 | Conditions de validité de la théorie | 65 |
| 6.2.4 | Distinction réseaux minces, réseaux épais | 65 |
| 6.2.5 | Réseaux statiques et réseaux mobiles | 66 |
| 6.2.6 | Cas des réseaux acoustiques | 66 |
| 6.2.7 | Application aux composants acousto-optiques | 67 |
| 6.3 | Réseaux de diffraction dans les matériaux anisotropes | 68 |
| 6.3.1 | Existence de termes sources anisotropes | 68 |
| 6.3.2 | Généralisation de la condition d'accord de Bragg | 71 |
| 6.3.3 | Diffraction anisotrope dans le Niobate de Lithium | 73 |
| 7 | Composants et dispositifs acousto-optiques | 79 |
| 7.1 | Paramètres fondamentaux | 79 |
| 7.1.1 | Ouverture angulaire | 80 |
| 7.1.2 | Acceptance angulaire | 80 |
| 7.1.3 | Bande passante intrinsèque d'un défecteur | 81 |
| 7.2 | Les modulateurs acousto-optiques | 82 |
| 7.2.1 | Bande passante d'un système réel | 82 |
| 7.2.2 | Le modulateur acousto-optique sans effet Doppler | 85 |
| 7.3 | Les défecteurs acousto-optiques | 86 |
| 7.3.1 | Augmentation de la bande passante | 86 |
| 7.3.2 | Nombre de points résolus par un défecteur | 89 |
| 7.4 | Applications de l'effet acousto-optique | 90 |
| 7.4.1 | Les modulateurs multi-faisceaux | 90 |
| 7.4.2 | Déviateur acousto-optique à deux dimensions | 92 |
| 7.4.3 | Déviateur à balayage séquentiel | 92 |
| 7.4.4 | Projection d'images TV sur écran | 94 |
| 7.4.5 | Corrélateurs acousto-optiques | 94 |
| III | ANNEXES | 97 |
| 8 | Principe de réduction d'un tenseur | 99 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 9 | Annexe 1 : Effet électro-optique linéaire | 101 |
| 9.1 | Symétrie triclinique | 101 |
| 9.1.1 | Classe 1 | 101 |
| 9.2 | Symétrie monoclinique | 101 |
| 9.2.1 | Classe 2 | 101 |
| 9.2.2 | Classe m | 101 |
| 9.3 | Symétrie orthorhombique | 101 |
| 9.3.1 | Classe 222 | 101 |
| 9.3.2 | Classe $2mm$ | 102 |
| 9.4 | Symétrie tétragonale | 102 |
| 9.4.1 | Classes 4 et $\bar{4}$ | 102 |
| 9.4.2 | Classes 422 et $4mm$ | 102 |
| 9.4.3 | Classe $\bar{4}2m$ | 102 |
| 9.5 | Symétrie trigonale | 103 |
| 9.5.1 | Classes 3 et $\bar{3}2$ | 103 |
| 9.5.2 | Classe $3m$ | 103 |
| 9.6 | Symétrie Hexagonale | 103 |
| 9.6.1 | Classe $6m2$ | 103 |
| 9.7 | Symétrie cubique | 104 |
| 9.7.1 | Classes $\bar{4}3m$ | 104 |
| 9.7.2 | Classes 432 | 104 |
| 10 | Annexe 2 : Effet électro-optique quadratique | 105 |
| 10.1 | Isotrope | 105 |
| 10.2 | Symétrie cubique | 105 |
| 10.2.1 | Classes $\bar{4}3m$, 423 et $m3m$ | 105 |
| 10.3 | Symétrie hexagonale | 105 |
| 10.3.1 | Classes $6m2$, $6mm$, 622 et $6/mm$ | 105 |
| 10.4 | Symétrie trigonale | 106 |
| 10.4.1 | Classes $3m$, $\bar{3}2$ et $\bar{3}m$ | 106 |
| 10.5 | Symétrie tétragonale | 106 |
| 10.5.1 | Classes $4mm$, $\bar{4}2m$, 422, et $4/mm$ | 106 |
| 10.5.2 | Classes 4, $\bar{4}$ et $4/m$ | 106 |
| 11 | Annexe 3 : Effet photo-élastique | 107 |
| 11.1 | Symétrie isotrope : | 107 |
| 11.2 | Symétrie cubique (<i>classes $\bar{4}3m$, 423 et $m3m$</i>) | 107 |
| 11.3 | Symétrie hexagonale (<i>$\bar{6}m2$, $6mm$, 622 et $6/mm$</i>) | 108 |
| 11.4 | Symétrie trigonale (<i>$3m$, $\bar{3}2$ et $\bar{3}m$</i>) | 108 |
| 11.5 | Symétrie tétragonale (<i>$4mm$, $\bar{4}2m$, 422, et $4/mm$</i>) | 108 |
| 11.6 | Symétrie tétragonale (<i>4, $\bar{4}$ et $4/m$</i>) | 109 |

Chapitre 1

Propriétés optiques tensorielles

1.1 Permittivité diélectrique

Le tenseur de permittivité diélectrique $[\varepsilon]$ est défini par la relation

$$\vec{D} = [\varepsilon] \vec{E} \quad (1.1)$$

soit

$$\forall i \in \{x, y, z\}, D_i = \varepsilon_0 \sum_{j=x,y,z} \varepsilon_{ij} E_j, \quad (1.2)$$

où $\varepsilon_0 \simeq 8.854187817 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ est la permittivité du vide.

En introduisant la permittivité diélectrique relative $[\varepsilon_r]$, on écrit

$$\vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \vec{E} \quad (1.3)$$

En l'absence d'absorption et d'activité optique, ces tenseurs sont réels et symétriques. Dans le cas général, $[\varepsilon_r]$ est un tenseur à 9 composantes qui dans le repère (x, y, z) des axes cristallographiques s'écrit :

$$[\varepsilon_r] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Puisque ce tenseur est réel et symétrique, on peut toujours trouver un système d'axes (dits axes propres) (x', y', z') dans lequel il prend la forme diagonale¹ :

$$\varepsilon_r = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x'x'} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{y'y'} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{z'z'} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

- Si les valeurs propres $\varepsilon_{x'x'}, \varepsilon_{y'y'}, \varepsilon_{z'z'}$ sont toutes trois égales à ε_r , le milieu est **isotrope** : sa permittivité diélectrique (et donc son indice de réfraction) vue par une onde optique plane est la même quelle que soit la direction de propagation de cette onde. Cet indice vaut alors $n = \sqrt{\varepsilon_r}$.
- Si elles sont toutes distinctes, le milieu est anisotrope et **biaxe**.
- Si deux d'entre elles sont égales, il est anisotrope et **uniaxe**.

1.2 Imperméabilité diélectrique

Si la permittivité diélectrique est une grandeur bien adaptée au traitement électromagnétique de la propagation des ondes lumineuses, en particulier dans le cas des milieux isotropes, il l'est moins dans celui des milieux anisotropes. Le fait que, dans ces milieux, le vecteur induction \vec{D} plutôt que le champ électrique \vec{E} caractérise la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope, conduit à définir le tenseur inverse de $[\varepsilon_r]$.

1. En présence d'absorption et moyennant des conditions vérifiées dans un grand nombre de matériaux, ce tenseur est à coefficients complexes et les éléments symétriques par rapport à la diagonale sont complexes conjugués. Le tenseur est donc hermitien et diagonalisable.

Appelé tenseur imperméabilité diélectrique $[\eta]$, défini par

$$[\eta] \cdot [\varepsilon_r] = [1]. \quad (1.6)$$

Il est lui aussi réel et symétrique pour un milieu sans absorption ni activité optique. L'équation

$$\vec{D} = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \vec{E}$$

s'écrit alors de façon équivalente

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} [\eta] \vec{D}. \quad (1.7)$$

1.3 Ellipsoïde des indices

De même, et de façon historique, c'est rarement la permittivité diélectrique qui a été utilisée pour définir les modifications de propriétés optiques induites dans un matériau par différentes actions extérieures. C'est là aussi dû au fait que ces actions, même lorsqu'elles agissent sur un milieu isotrope, ont le plus souvent pour effet de créer une anisotropie. On a donc pris l'habitude de décrire ces effets comme des modifications de l'ellipsoïde des indices et ce sont les changements des coefficients de cet ellipsoïde, que l'on trouve généralement dans les tables.

Dans le cas le plus général, les indices de réfraction du milieu, vus par une onde, peuvent être définis à partir de l'ellipsoïde des indices donné par l'équation :

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y'^2}{n_{y'}^2} + \frac{z'^2}{n_{z'}^2} = 1 \quad (1.8)$$

où les indices principaux sont définis par :

$$n_i^2 = \epsilon_{ii} \quad (1.9)$$

Cet ellipsoïde présente une propriété essentielle : portons à partir de son centre O, une droite OP portée par la direction de propagation d'une onde plane. Le plan d'onde, perpendiculaire à OP dé coupe sur l'ellipsoïde, une ellipse de demi-axes OA et OB.

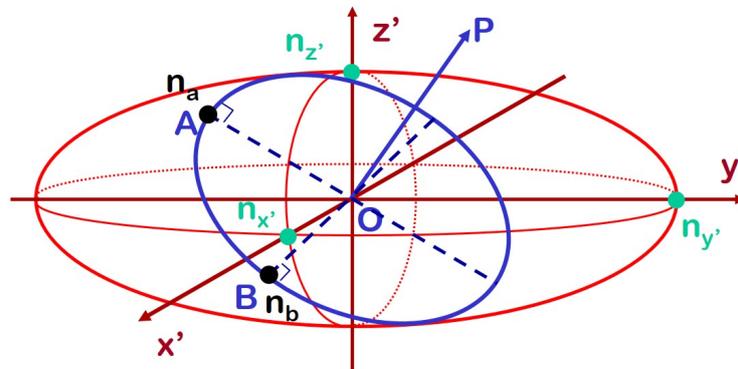


FIGURE 1.1 – Utilisation de l'ellipsoïde des indices

On montre que les deux ondes planes perpendiculaires à OP, qui peuvent se propager dans le milieu, ont pour indice de réfraction les longueurs des deux demi-axes OA et OB. De plus, leurs vecteurs \vec{D} respectifs sont portés par OA et OB. Pour décrire les modifications des propriétés optiques du milieu, il nous suffit donc de décrire les déformations de cet ellipsoïde.

1.4 Ellipsoïde des indices et imperméabilité diélectrique

On montre que l'équation de l'ellipsoïde s'exprime en fonction des coefficients du tenseur imperméabilité diélectrique.

$$\sum_{i,j} \eta_{ij} x_i x_j = 1 \quad (1.10)$$

Dans le repère des axes principaux (les directions selon lesquelles \vec{D} et \vec{E} sont parallèles) elle s'écrit :

$$\eta_{x'x'}x'^2 + \eta_{y'y'}y'^2 + \eta_{z'z'}z'^2 = \frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{y'^2}{n_{y'}^2} + \frac{z'^2}{n_{z'}^2} = 1 \tag{1.11}$$

Modifiée par une perturbation quelconque, elle devient

$$x'^2 \{ \eta_{x'x'} + \delta\eta_{x'x'} \} + y'^2 \{ \eta_{y'y'} + \delta\eta_{y'y'} \} + z'^2 \{ \eta_{z'z'} + \delta\eta_{z'z'} \} + 2x'y'\delta\eta_{x'y'} + 2x'z'\delta\eta_{x'z'} + 2y'z'\delta\eta_{y'z'} = 1 \tag{1.12}$$

- Les indices principaux ont été modifiés par la variation des termes diagonaux.
- L'apparition de termes croisés rend compte d'une modification de l'orientation des axes principaux.

La connaissance des variations du tenseur $[\eta]$ permet donc de définir le nouvel ellipsoïde des indices, quelque soit la perturbation à l'origine de sa modification.

1.5 Origine des modifications de l'ellipsoïde des indices

L'étude classique des effets capables de modifier l'ellipsoïde des indices repose sur la thermodynamique des propriétés statiques des cristaux. Toutes les modifications étudiées sont réversibles et ne concernent que des cristaux en état d'équilibre.

Ces modifications peuvent être induites par la température, les contraintes ou un champ électrique. La figure suivante (empruntée à J.F. Nye dans son ouvrage "Physical Properties of Crystals : Their Representation by Tensors and Matrices", Oxford : Clarendon Press, 1985) en résume l'ensemble.

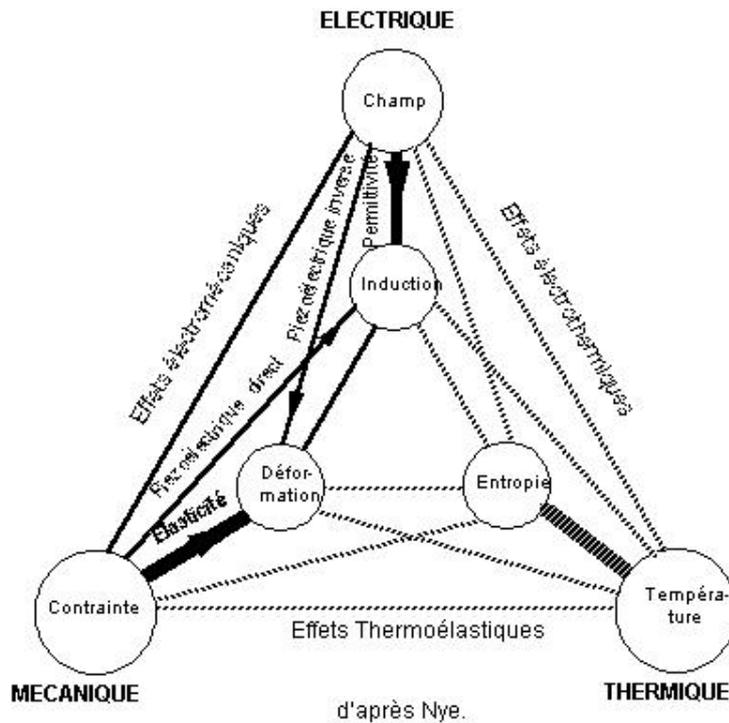


FIGURE 1.2 – Effets thermiques, mécaniques et électriques sur un matériau (Voir Nye)

- Les trois sommets du triangle extérieur (champ, contrainte et température), sont les "actions" sur le système.
- Les trois sommets du triangle intérieur (induction, déformation, entropie) sont les conséquences directes de ces actions.

Deux sommets placés dans un même coin sont reliés par des effets directs (permittivité, élasticité et capacité calorifique). Les autres sont reliés par des effets couplés.

Nous négligerons volontairement tous les effets qui couplent ces caractéristiques aux grandeurs thermiques que sont la température et l'entropie (traits pointillés sur la figure). Nous décrirons les modifications introduites par les "actions" à l'aide de développements limités. Ils seront du premier ordre pour l'effet électro-optique et l'effet Pockels et l'effet élasto-optique, du second ordre pour l'effet Kerr.

Première partie

Effets et composants électro-optiques

Chapitre 2

Les effets électro-optiques

Certains matériaux voient leurs propriétés optiques changer lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique statique ou temporellement variable; on parle alors d'*effets électro-optiques*. La possibilité d'une modification des propriétés optiques par le champ électrique lumineux (de très haute fréquence) existe aussi. Elle est à l'origine de l'optique non linéaire.

On distingue deux types d'effets électro-optiques :

- L'effet électro-optique linéaire où la variation d'indice est proportionnelle au champ électrique appliqué. On l'appelle souvent effet Pockels, du nom de Friedrich Pockels qui le découvrit en 1893.
- L'effet électro-optique quadratique, où la variation d'indice est proportionnelle au carré du champ électrique. John Kerr le découvrit en 1875 dans des milieux optiquement isotropes tels que les liquides ou les gaz. Dans les liquides, il est le plus souvent associé à l'alignement, sous l'effet du champ, de molécules allongées. Le milieu se comporte alors comme un cristal uniaxe, d'axe optique parallèle au champ orienteur.

Les variations d'indice de réfraction induites par effet électro-optique sont généralement très faibles. Il faut cependant garder à l'esprit qu'elles interviennent en optique sous forme d'un déphasage. Une variation d'indice $\delta n \approx 10^{-5}$, provoque un déphasage de 2π , sur une épaisseur $e \approx 10^5 \lambda$, soit environ 5 cm dans le visible ($\lambda \approx 0,5 \cdot 10^{-6}$ m).

Nous montrerons comment ce contrôle de l'indice de réfraction permet de réaliser des composants électro-optiques performants. L'utilisation de milieux anisotropes conduit à la réalisation de modulateurs d'amplitude et de phase. Ils permettent de contrôler à l'aide d'un signal électrique, la polarisation, l'amplitude et la phase d'un faisceau optique. Ce sont eux qui, dans les systèmes de télécommunication permettront de moduler l'onde porteuse optique à l'aide du signal à transporter. Ils permettent aussi d'asservir des faisceaux lasers ou de les moduler ou d'en stabiliser la fréquence.

Lectures recommandées

- Pour un abord simple :

B.E.A. Saleh & M.C. Teich, Fundamentals of Photonics, Wiley Series in Pure and Applied optics, J.W. Goodman, Editor, Chapitre 18.

- Pour une vision plus complète :

Amnon Yariv & Pochi Yeh, Optical Waves in Crystals, Propagation and Control of Laser Radiation, Wiley Interscience Publication.

2.1 Définitions

2.1.1 Tenseurs électro-optiques

Des modifications du tenseur perméabilité diélectrique peuvent être induites par la température, les contraintes ou un champ électrique. Elles sont généralement faibles et à température et à contraintes constantes, on peut les décrire par un développement limité en puissance du champ électrique

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + \sum_k \left(\frac{\partial \eta_{ij}}{\partial E_k} \right)_{(E=0)} E_k + \sum_{k,l} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \eta_{ij}}{\partial E_k \partial E_l} \right)_{(E=0)} E_k E_l + \dots \quad (2.1)$$

Les termes d'ordre supérieur sont généralement négligés. En effet, cette modification de l'impédance résulte d'un champ électrique qui agit comme une perturbation du champ électrostatique E_{at} qui lie les particules chargées qui constituent un cristal. Ce champ de liaison est de l'ordre de 10^8 V.cm⁻¹. Il définit les propriétés des dipôles qui sont à l'origine des interactions lumière-matière dans le matériau. Le champ

électrique appliqué E est généralement très faible devant E_{at} . Les amplitudes des termes successifs du développement (2.1) décroissent donc comme les puissances successives de E/E_{at} . L'effet quadratique est le plus souvent négligeable lorsque l'effet linéaire est présent (ce qui n'est pas toujours le cas).

En définissant les coefficients

$$r_{ijk} \equiv \left(\frac{\partial \eta_{ij}}{\partial E_k} \right)_{(E=0)} \quad (2.2)$$

et

$$s_{ijkl} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \eta_{ij}}{\partial E_k \partial E_l} \right)_{(E=0)} \quad (2.3)$$

qui caractérisent respectivement l'effet électro-optique linéaire et l'effet électro-optique quadratique, on écrit cette relation sous la forme

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + \sum_{k=x,y,z} r_{ijk} E_k + \sum_{k,l=x,y,z} s_{ijkl} E_k E_l + \dots \quad (2.4)$$

ou en notation tensorielle

$$[\eta]_{(E)} = [\eta]_{(E=0)} + [r] \cdot \vec{E} + ([s] \cdot \vec{E}) \cdot \vec{E} + \dots \quad (2.5)$$

Nous utiliserons souvent par la suite une notation contractée (dite sommation implicite d'Einstein) qui permet d'alléger l'écriture de relations telles que (2.4). Elle est fondée sur la remarque que les sommations portent toujours sur celui ou ceux des indices muets qui sont répétés. On réduira ainsi

$$\sum_{k=x,y,z} r_{ijk} E_k \quad \text{en} \quad r_{ijk} E_k \quad \text{et} \quad \sum_{k,l=x,y,z} s_{ijkl} E_k E_l \quad \text{en} \quad s_{ijkl} E_k E_l$$

Sauf mention du contraire, nous écrirons donc par la suite les relations du type de (2.4) sous la forme

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + r_{ijk} E_k + s_{ijkl} E_k E_l + \dots \quad (2.6)$$

2.2 Représentation matricielle des tenseurs.

Des symétries d'origine thermodynamique ou images des symétries cristallines permettent de réduire le nombre d'éléments indépendants d'un tenseur. Elle permettent aussi de représenter sous forme matricielle (dite forme contractée), des tenseurs à 3 ou 4 indices.

2.2.1 Symétries thermodynamiques.

$[\epsilon]$ est un tenseur symétrique pour des raisons de conservation de l'énergie. Il en est donc de même pour le tenseur inverse $[\eta]$

$$\forall i, j \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} \quad \text{et} \quad \eta_{ij} = \eta_{ji} \quad (2.7)$$

Il parait possible, puisque les couples (ij) et (ji) d'indices sont équivalents, de les représenter par un indice unique m . On note ainsi (pour ϵ par exemple) :

$$\left[\begin{array}{l} \epsilon_1 = \epsilon_{11} \\ \epsilon_2 = \epsilon_{22} \\ \epsilon_3 = \epsilon_{33} \\ \epsilon_4 = \epsilon_{23} = \epsilon_{32} \\ \epsilon_5 = \epsilon_{13} = \epsilon_{31} \\ \epsilon_6 = \epsilon_{12} = \epsilon_{21} \end{array} \right] \quad (2.8)$$

Le tenseur de rang 2 décrivant la permittivité diélectrique est ainsi représenté par un vecteur de dimension 6.

La notation matricielle mnémotechnique ci-dessous permet de retrouver cette convention : Si i et j sont les numéros de ligne et de colonne des éléments d'une matrice (3x3), le triangle supérieur de la matrice est rempli dans le sens trigonométrique à partir de la diagonale, par les entiers croissant de 1 à 6.

| | | | | |
|-------------------|--|---|---|---|
| \backslash i | $\begin{array}{c} j \\ \hline m \end{array}$ | 1 | 2 | 3 |
| 1 | | 1 | 6 | 5 |
| 2 | | | 2 | 4 |
| 3 | | | | 3 |

(2.9)

– Ce résultat est indépendant du matériau considéré.

Les relations (2.2 & 2.3) définissent pour les tenseurs $[r]$ et $[s]$, des symétries qui réduisent le nombre de leurs éléments indépendants. Elles permettent d'écrire ces tenseurs sous une forme matricielle dite "forme réduite" qui simplifie considérablement les calculs.

Effet Pockels

Le tenseur $[r]$ qui décrit l'effet Pockels est défini par la relation [2.2]. La symétrie du tenseur $[\eta]$, ($\eta_{ij} = \eta_{ji}$), implique donc celle de $[r]$ par rapport aux deux premiers indices

$$r_{ijk} = r_{jik} \quad (2.10)$$

On peut contracter à son tour le tenseur $[r]$ pour en donner une représentation sous forme d'une matrice (6×3). On écrit

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} \equiv \eta_m \quad \text{et} \quad r_{ijk} = r_{jik} \equiv r_{mk} \quad (2.11)$$

avec la même correspondance que précédemment. Cette symétrie réduit le nombre de coefficients indépendants de $3 \times 3 \times 3 = 27$ à $6 \times 3 = 18$. Elle permet d'écrire le relation tensorielle (2.6) limitée à l'ordre 1

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + r_{ijk}E_k \quad (2.12)$$

sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(E)} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(0)} + \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Effet Kerr

La symétrie de $[\eta]$ implique aussi celle de $[s]$ par rapport aux deux premiers indices :

$$s_{ijkl} = s_{jikl} \quad (2.14)$$

L'ordre des dérivées partielles est indifférent dans (2.3). On a donc de plus

$$s_{ijkl} = s_{ijlk} \quad (2.15)$$

Le tenseur $[s]$ est donc symétrique par rapport à chacun des couples d'indices (i, j) et (k, l) . Le nombre de coefficients indépendants est réduit de $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ à $6 \times 6 = 36$. Il est alors possible de contracter $[s]$ par rapport à chacun des deux couples d'indices.

La relation

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + s_{ijkl}E_kE_l \quad (2.16)$$

s'écrit sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(E)} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(0)} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1^2 \\ E_2^2 \\ E_3^2 \\ 2E_2E_3 \\ 2E_1E_3 \\ 2E_1E_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.3 L'effet électro-optique linéaire (effet Pockels)

Les symétries cristallines viennent ensuite limiter encore le nombre de termes indépendants de ces tenseurs. L'effet électro-optique du premier ordre (effet Pockels) en fournit un bon exemple.

2.3.1 Matériaux centro-symétriques

Un matériau est dit centro-symétrique s'il reste identique à lui-même dans la symétrie par rapport à un point, qui transforme

$$\vec{r} = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ en } \vec{r} = \begin{cases} -x \\ -y \\ -z \end{cases}$$

C'est le cas de 11 parmi les 32 classes de symétries cristallines. On montre (voir exercice) que le tenseur électro-optique linéaire a tous ses coefficients nuls dans les matériaux présentant cette symétrie.

On peut retrouver ce résultat à partir de la définition (2.2) du tenseur électro-optique linéaire :

$$r_{ijk} \equiv \left(\frac{\partial \eta_{ij}}{\partial E_k} \right)_{(E=0)}$$

L'ellipsoïde des indices et par conséquent $[\eta]$ sont inchangés par la transformation, mais le signe de toute composante E_k du champ est inversé. On a donc nécessairement $r_{i'j'k'} = -r_{ijk}$ alors que l'invariance du matériau par l'inversion, implique : $r_{i'j'k'} = r_{ijk}$. Dans ces matériaux centro-symétriques on ne pourra donc observer que l'effet quadratique.

2.3.2 Matériaux non centro-symétriques

De même que l'on a pu déduire de considérations de symétrie, l'impossibilité d'un effet électro-optique linéaire dans un matériau centro-symétrique, on peut pour les classes restantes, utiliser les différentes transformations qui conservent un cristal invariant pour en déduire des relations entre ses coefficients électro-optiques¹.

On réduit ainsi considérablement le nombre d'éléments indépendants dans le tenseur $[r]$. Les formes de ces tenseurs sont données pour l'ensemble des classes cristallographiques en annexe 1. Ces symétries ne permettent cependant pas de donner une valeur numérique aux coefficients restants, qui doivent être déterminés expérimentalement.

L'ellipsoïde des indices, s'écrit en présence d'effet électro-optique linéaire et en utilisant la notation contractée pour les tenseurs et la sommation implicite

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k} E_k \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{2k} E_k \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{3k} E_k \right) z^2 \\ + 2yz r_{4k} E_k + 2zx r_{5k} E_k + 2xy r_{6k} E_k = 1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Les orientations des nouveaux axes et leurs dimensions dépendent du matériau par l'intermédiaire des coefficients électro-optiques ainsi que de l'orientation du module du champ électrique.

Exemple : Effet électro-optique dans le K.D.P. ($KH_2 PO_4$)

Ce cristal de symétrie $\bar{4}2m$ est uniaxe (axe optique selon z) en l'absence de champ électrique. Son ellipsoïde des indices s'écrit donc

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (2.19)$$

et son tenseur électro-optique s'écrit sous forme réduite

$$[r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En présence d'un champ électrique, cet ellipsoïde se transforme en

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{41} E_x yz + 2r_{41} E_y xz + 2r_{63} E_z xy = 1 \quad (2.21)$$

L'apparition de termes croisés indique une rotation de l'ellipsoïde. Les nouveaux axes principaux et les indices principaux correspondants sont obtenus en diagonalisant le tenseur perméabilité modifié.

1. Voir l'exemple du KDP (symétrie tétragonale $\bar{4}2m$) traité en exercice.

Supposons que le champ électrique soit appliqué selon z ($E_x = E_y = 0$). Alors

$$[\eta] = \begin{bmatrix} 1/n_0^2 & r_{63} E_z & 0 \\ r_{63} E_z & 1/n_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/n_e^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Les nouveaux indices principaux, valeurs propres de $[\eta]$, sont les solutions λ_i de

$$\det([\eta] - \lambda I) = 0, \quad (2.23)$$

soit

$$\left(\frac{1}{n_e^2} - \lambda\right) \left(\frac{1}{n_0^2} + r_{63} E_z - \lambda\right) \left(\frac{1}{n_0^2} - r_{63} E_z - \lambda\right) = 0 \quad (2.24)$$

Les nouveaux axes propres sont portés par les vecteurs propres \vec{V}_i définis par

$$[\eta] \cdot \vec{V}_i = \lambda_i \vec{V}_i. \quad (2.25)$$

Ellipsoïde des indices modifié

On trouve ainsi aisément l'expression du nouvel ellipsoïde des indices

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + r_{63} E_z\right) x'^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} - r_{63} E_z\right) y'^2 + \frac{z'^2}{n_e^2} = 1 \quad (2.26)$$

où le nouvel axe principal oz' est confondu avec l'ancien, oz .

Les vecteurs unitaires des deux autres axes principaux s'expriment en fonction des anciens

$$\begin{cases} \hat{x}' &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{x} + \hat{y}) \\ \hat{y}' &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{x} - \hat{y}) \end{cases} \quad (2.27)$$

Le cristal uniaxe est donc devenu biaxe sous l'effet du champ électrique E . L'indice principal selon z est inchangé. Selon x' et y' , il est défini par :

$$\frac{1}{n_{x'}^2} = \frac{1}{n_0^2} + r_{63} E_z \quad (2.28)$$

et

$$\frac{1}{n_{y'}^2} = \frac{1}{n_0^2} - r_{63} E_z, \quad (2.29)$$

L'imperméabilité est peu modifiée

$$r_{63} E_z \ll 1/n_0^2 \quad (2.30)$$

et

$$d\left(\frac{1}{n^2}\right) \equiv -\frac{2}{n^3} dn. \quad (2.31)$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} n_x \simeq n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \\ n_y \simeq n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \\ n_z \simeq n_z = n_e \end{cases} \quad (2.32)$$

La section du nouvel ellipsoïde par un plan perpendiculaire à z est représentée sur la figure 2.1.

2.4 Effet électro-optique quadratique (effet Kerr)

L'effet électro-optique quadratique est un effet d'ordre supérieur, généralement négligé dans les matériaux où l'effet linéaire est observé. Il existe cependant dans tous les milieux, quelle que soit leur symétrie. En présence d'un champ électrique et en l'absence d'effet Pockels (dans les milieux isotropes par exemple), il est souvent important.

L'équation de l'ellipsoïde des indices s'écrit alors (en utilisant la sommation implicite sur les indices)

$$\eta_{ij}(E) x_i x_j = 1 \quad (2.33)$$

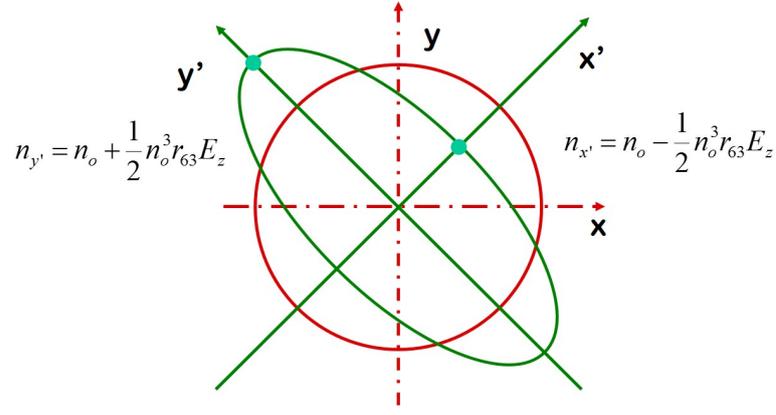


FIGURE 2.1 – Section, par un plan perpendiculaire au champ appliqué, de l'ellipsoïde des indice modifié du KDP.

avec

$$\eta_{ij}(E) = \eta_{ij}(0) + s_{ijkl} E_k E_l \quad (2.34)$$

Les symétries de $[\eta]$ et $[s]$ permettent d'utiliser les notations contractées des tenseurs et d'écrire sous forme matricielle

$$\eta_1(E) x^2 + \eta_2(E) y^2 + \eta_3(E) z^2 + 2\eta_4(E) yz + 2\eta_5(E) xz + 2\eta_6(E) xy = 1 \quad (2.35)$$

avec

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(E)} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(0)} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1^2 \\ E_2^2 \\ E_3^2 \\ 2E_2 E_3 \\ 2E_1 E_3 \\ 2E_1 E_2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Dans le cas le plus général, l'effet Kerr est donc défini par 36 coefficients. Ce nombre est cependant réduit par les symétries du matériau. Les formes réduites des tenseurs sont données en annexe (chapitre 10) pour l'ensemble des classes cristallographiques.

2.4.1 Effet Kerr dans un milieu isotrope

Lorsqu'il est placé dans un champ électrostatique, un milieu isotrope devient biréfringent. Soit z , l'axe selon lequel le champ E est appliqué. En absence de champ, l'ellipsoïde des indices du milieu s'écrit

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{n^2} = 1. \quad (2.37)$$

En présence du champ l'imperméabilité diélectrique devient (voir §10.1 pour la forme du tenseur)

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{(E)} = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Le nouvel ellipsoïde des indices s'écrit donc

$$(x^2 + y^2) \left(\frac{1}{n^2} + s_{12} E^2 \right) + z^2 \left(\frac{1}{n^2} + s_{11} E^2 \right) = 1 \quad (2.39)$$

soit

$$\frac{x^2 + y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (2.40)$$

en posant

$$\frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n^2} + s_{12} E^2 \quad \text{c'est à dire} \quad n_0 \simeq n - \frac{1}{2} n^3 s_{12} E^2 \quad (2.41)$$

et

$$\frac{1}{n_e^2} = \frac{1}{n^2} + s_{11}E^2 \quad \text{c'est à dire} \quad n_e \simeq n - \frac{1}{2}n^3s_{11}E^2 \quad (2.42)$$

La biréfringence induite dans le milieu vaut donc

$$n_e - n_0 = \frac{1}{2}n^3(s_{12} - s_{11})E^2 \equiv K \lambda_0 E^2 \quad (2.43)$$

La constante

$$K \equiv \frac{n^3}{\lambda_0} \frac{s_{12} - s_{11}}{2} \quad (2.44)$$

est appelée constante Kerr du milieu.

Chapitre 3

Dispositifs électro-optiques

L'effet électro-optique linéaire est utilisé pour réaliser des modulateurs de lumière, de déflecteurs et des filtres. Il permet en particulier la modulation de faisceaux lasers jusqu'à plusieurs gigahertz.

3.1 Modulation électro-optique

3.1.1 Modulation de polarisation

Nous avons montré que l'application d'un champ électrique change l'ellipsoïde des indices de certains cristaux. On peut utiliser ces modifications pour manipuler l'état de polarisation des ondes qui s'y propagent. Reprenons par exemple le cas d'un cristal de K.D.P., coupé perpendiculairement à l'axe oz et d'épaisseur d , auquel on applique un champ électrique \vec{E} , parallèle à z .

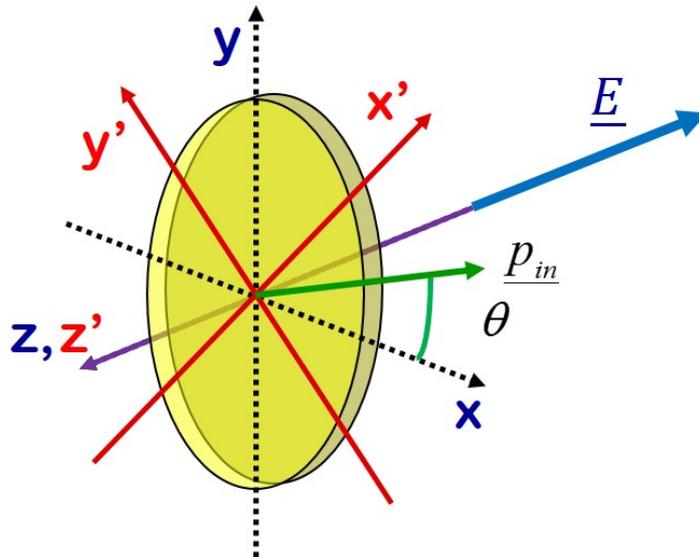


FIGURE 3.1 – Cristal de KDP coupé perpendiculairement à la direction z du champ appliqué.

Considérons la propagation d'une onde lumineuse plane de vecteur d'onde porté par z . Sa polarisation est représentée dans le repère (x', y') par le vecteur unitaire (vecteur de Jones)

$$\hat{p}_i = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{cases} a \\ b \end{cases} \quad (3.1)$$

Elle a pour amplitude

$$\vec{A}(z, t) = \vec{p}_i A_0 \exp i(\omega t - kz) \quad (3.2)$$

et elle résulte de deux ondes polarisées selon les axes propres x' et y' .

- Les vecteurs polarisations de ces ondes sont portés par les vecteurs propres associés à $n_{x'}$ et $n_{y'}$.
- Ces ondes se propagent respectivement à travers des milieux d'indice $n_{x'}$ et $n_{y'}$ et d'épaisseur d .

L'amplitude émergente s'écrit alors, dans le repère (x', y', z)

$$\vec{A}_t(z, t) = \frac{A_0}{\sqrt{a^2 + b^2}} \exp i(\omega t - kz) \begin{cases} a \exp -i\frac{2\pi}{\lambda_0} n_{x'} d \\ b \exp -i\frac{2\pi}{\lambda_0} n_{y'} d \end{cases}$$

soit encore

$$\vec{A}(z, t) = \frac{A_0}{\sqrt{a^2 + b^2}} \exp i(\omega t - kz) \exp -i\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n_{x'} + n_{y'}}{2} d \begin{cases} a \exp i\varphi/2 \\ b \exp -i\varphi/2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Cette expression fait apparaître un terme de phase moyen, $\exp -i\frac{\omega}{c} \frac{n_{x'} + n_{y'}}{2} d$, lié à la traversée de la lame, et une modification du vecteur de Jones de l'onde

$$\vec{p}_t = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{cases} a \exp i\varphi/2 \\ b \exp -i\varphi/2 \end{cases} \quad (3.4)$$

avec

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_{y'} - n_{x'}) d = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0^3 r_{63} E d \quad (3.5)$$

On remarquera en particulier que φ **ne dépend que du produit $E.d$, c'est à dire de la tension V appliquée entre les deux faces z du cristal.** La polarisation de l'onde émergente n'est donc fonction que de cette tension. Nous l'illustrons sur la figure (3.2) en fonction des valeurs de φ pour une onde incidente rectilignement polarisée selon oy .

Les polarisations incidentes et transmises s'écrivent alors :

$$\vec{p}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{cases} 1 \\ 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

et

$$\vec{p}_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{cases} \exp +i\varphi/2 \\ \exp -i\varphi/2 \end{cases} \quad (3.7)$$

avec

$$\varphi = \pi V/V_\pi \quad V_\pi = \frac{\lambda_0}{2 n_0^3 r_{63}} \quad (3.8)$$

Tension demi-onde

En particulier, pour $V = 0,5 V_\pi$ ($\varphi = \pi/2$) et $1,5 V_\pi$ ($\varphi = 3\pi/2$), les polarisations émergentes sont circulaires de sens contraire.

Elles sont elliptiques pour les valeurs intermédiaires.

V_π , dite "tension demi-onde" est la tension nécessaire, à une longueur d'onde donnée, pour obtenir un déphasage de π entre les deux polarisations propres. Le cristal se comporte alors comme une lame demi-onde, éclairée à 45° de ses lignes neutres ; la polarisation rectiligne incidente est transformée en une polarisation rectiligne orthogonale.

Pour le K.D.P. à la longueur d'onde $\lambda_0 = 0,5 \mu m$, on a $n_0 \approx 1,51$ et $r_{63} \approx 1,06 \cdot 10^{-11} mV^{-1}$. Cette tension vaut donc : $V_\pi \approx 6,85 kV$

3.1.2 Modulation d'amplitude

Cette modulation de la polarisation de l'onde émergente peut être transformée en une modulation d'amplitude.

En plaçant un analyseur en sortie du cristal, on projette cette vibration sur la direction de ce polariseur. On obtient ainsi une onde lumineuse de polarisation linéaire, mais d'amplitude fonction de la tension V .

Supposons que la direction privilégiée de cet analyseur soit selon l'axe ox . Elle est définie, dans le repère (o, x', y') , par le vecteur unitaire

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, -1)$$

L'amplitude transmise par cet analyseur est proportionnelle à

$$\vec{p}_t \cdot \hat{a} = i \sin \frac{\pi}{2} \frac{V}{V_\pi}$$

La phase de cette onde est indépendante de V .

Le schéma d'un modulateur électro-optique d'amplitude peut donc être celui représenté sur la figure (3.3).

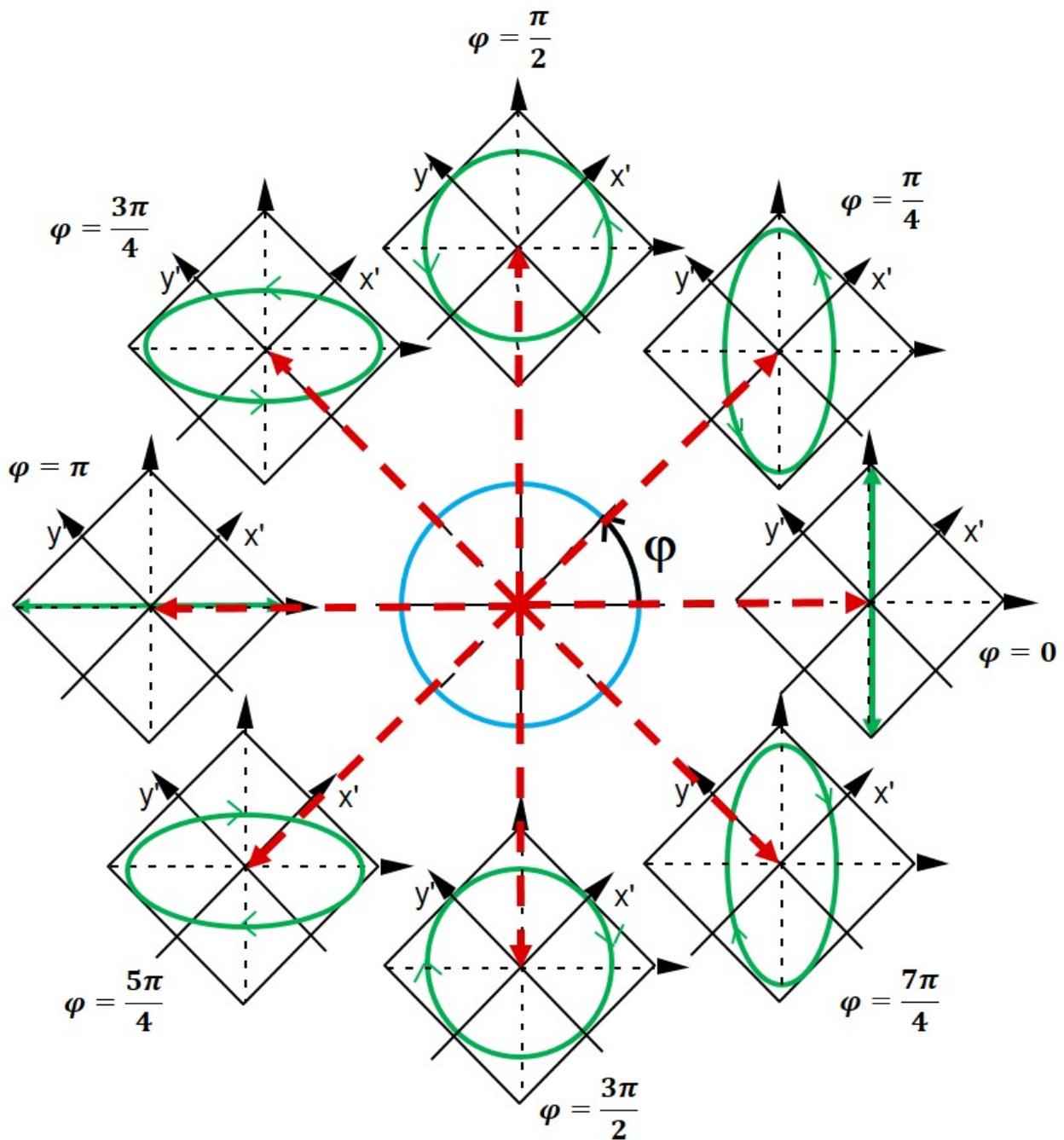


FIGURE 3.2 – L'état de polarisation à la sortie d'un cristal de KDP, en fonction du déphasage introduit, par le champ appliqué, entre les ondes propres.

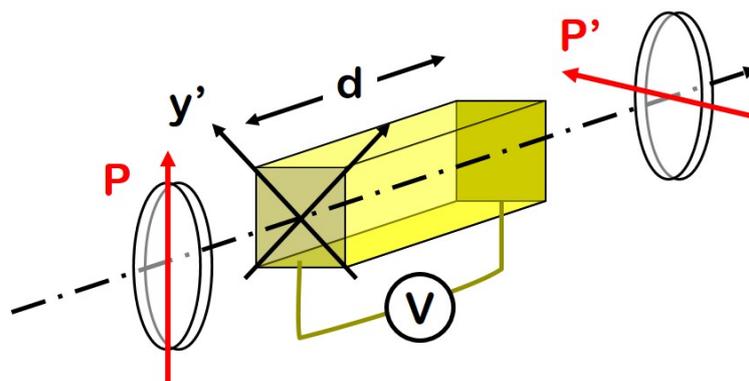


FIGURE 3.3 – Schéma de principe d'un modulateur d'amplitude en configuration longitudinale.

La modulation d'intensité

$$I_{\text{transmis}} = I_{\text{incident}} \sin^2 \left(\frac{\pi V}{2 V_{\pi}} \right) \quad (3.9)$$

est une fonction non linéaire de la tension, sauf pour des tensions d'amplitude faible centrées autour de $\frac{1}{2}V_{\pi}$.

$$V = \frac{1}{2}V_{\pi} + \delta V. \quad (3.10)$$

On a dans ce cas particulier

$$\begin{aligned} I_{\text{transmis}} &= I_{\text{incident}} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi \delta V}{2 V_{\pi}} \right) \\ &\approx I_{\text{incident}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi \delta V}{2 V_{\pi}} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

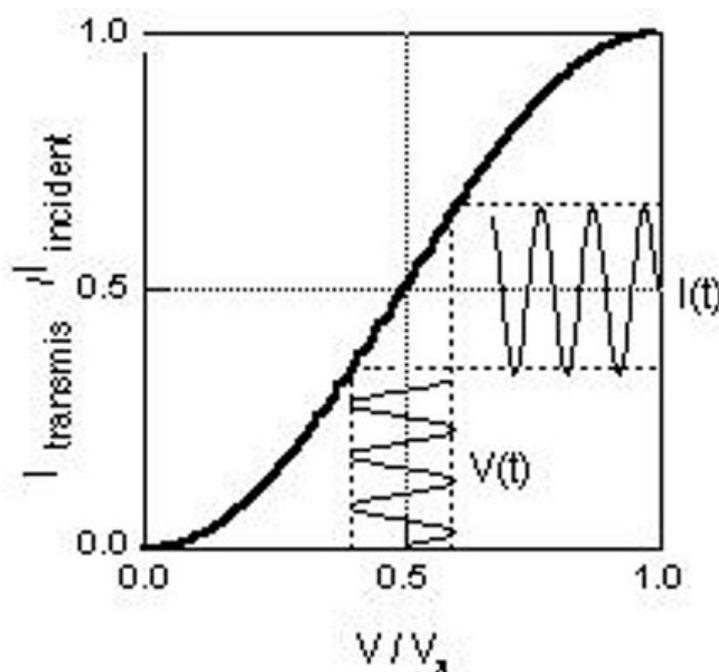


FIGURE 3.4 – Fonction de transfert de modulation du modulateur d'amplitude dans la région de fonctionnement linéaire.

L'inconvénient majeur de ce dispositif est la nécessité d'appliquer en continu une haute tension (de l'ordre de 3.5 kV dans le cas du K.D.P.). Une technique simple pour l'éviter, consiste à introduire, entre

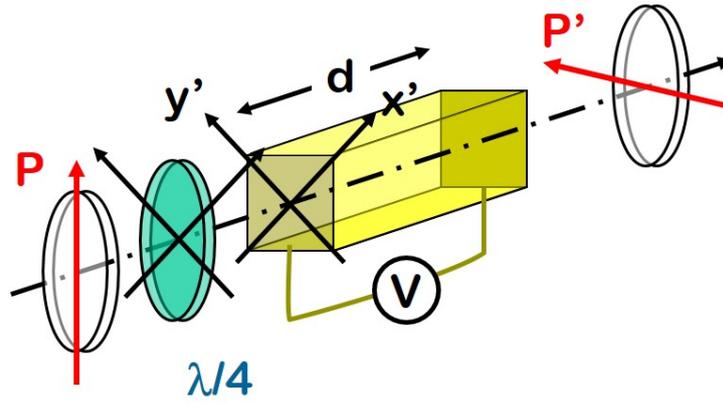


FIGURE 3.5 – Modulateur d'amplitude linéaire sans tension de biais.

le polariseur et l'analyseur, une lame quart d'onde dont les lignes neutres sont parallèles à celle du cristal électro-optique. On obtient alors le schéma de la figure (3.5).

Si l'axe rapide de la lame quart d'onde est parallèle à celui du cristal, la transmission de l'ensemble s'écrit

$$I_{\text{transmis}} = I_{\text{incident}} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi V}{2 V_{\pi}} \right) = I_{\text{incident}} \frac{1 + \sin \pi V / V_{\pi}}{2} \quad (3.12)$$

et le fonctionnement est linéaire au voisinage de la tension nulle.

3.1.3 Modulation de phase

La modulation d'intensité obtenue à l'aide de modulateurs électro-optiques résulte de la projection sur un polariseur fixe, d'une onde modulée en polarisation par la biréfringence commandée du cristal. Cette modulation disparaît si la polarisation de l'onde à l'entrée du cristal est linéaire et parallèle à l'une de ses lignes neutres (cf. figure (3.6)).

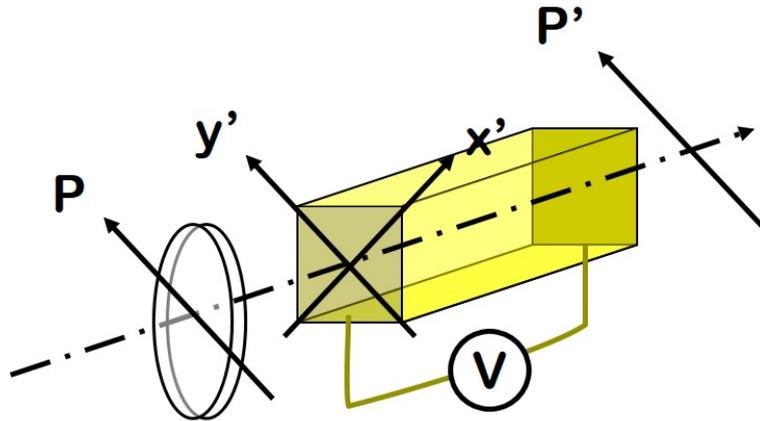


FIGURE 3.6 – Arrangement des polariseurs dans un modulateur de phase en configuration longitudinale.

L'amplitude de l'onde incidente s'écrit en effet dans le repère (o, x', y')

$$A_i = \hat{y}' A_0 \exp i(\omega t - kz)$$

et celle de l'onde transmise

$$A_t = \hat{y}' A_0 \exp i(\omega t - kz) \exp -\frac{i\pi V}{2 V_{\pi}} \quad (3.13)$$

Elle a donc subi un déphasage proportionnel à V , sans modification ni de son amplitude, ni de sa polarisation. On peut donc réaliser ainsi un modulateur de phase.

3.2 Les modulateurs électro-optiques massifs

Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, le principe de base est la modification de l'ellipsoïde des indices d'un matériau, par un champ électrique. Une onde optique incidente doit être décomposée en deux ondes planes de polarisations propres orthogonales \hat{e}_1 et \hat{e}_2 , qui voient un milieu d'indice différent. Ces deux ondes subissent un déphasage relatif de la forme

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{\lambda_0} n^3 r E L \quad (3.14)$$

où r est le coefficient électro-optique concerné, E le champ électrique appliqué et L la longueur parcourue par l'onde optique dans le matériau.

Dans la pratique, on rencontre deux types essentiels de modulateurs, selon que le champ électrique de commande est parallèle ou orthogonal à la direction de propagation de la lumière.

3.2.1 Modulateurs longitudinaux

Le principe du modulateur longitudinal a été traité dans le paragraphe précédent. Son intérêt essentiel réside dans le fait que les modifications introduites sur une onde sont définies par la valeur de la tension appliquée au modulateur et non par celle du champ électrique qui règne dans le cristal. L'épaisseur optique du cristal, qui est aussi la distance entre les électrodes, n'est pas un paramètre du fonctionnement du modulateur. Cette géométrie permet donc la réalisation de modulateurs de grande surface, à l'aide de plaques cristallines minces.

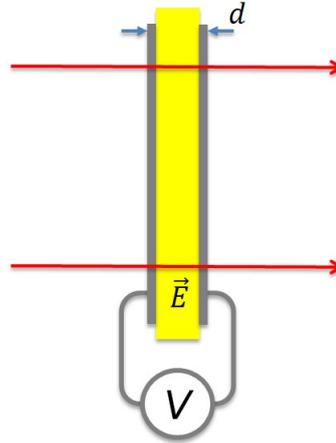


FIGURE 3.7 – Modulateur électro-optique en configuration longitudinale : $\vec{E}_{DC} // \vec{k}_{opt}$

La limitation essentielle de ces modulateurs est la valeur de la tension qui doit être appliquée entre les électrodes. Elle est d'autant plus élevée que la longueur d'onde d'utilisation est grande. C'est particulièrement critique dans l'infrarouge. Cette configuration requiert aussi l'utilisation d'électrodes transparentes.

3.2.2 Modulateurs transverses

Le caractère tensoriel de l'effet électro-optique permet d'envisager aussi des modulateurs transverses.

Le champ électrique \vec{E} est alors défini par la tension appliquée et la distance d qui sépare les électrodes (voir figure ci-dessus). Si le faisceau se propage orthogonalement à \vec{E} , la longueur d'interaction L de l'onde avec le milieu peut être augmentée sans que \vec{E} ne soit modifié. L'intérêt de cette configuration est de permettre la construction de modulateurs commandés par de faibles tensions.

Nous l'illustrerons, comme précédemment dans le cas du K.D.P.. Le cristal est cette fois coupé selon la figure ci-dessous (rotation d'axe z et de 45°) :

Les électrodes sont déposées sur les faces orthogonales à z et le faisceau lumineux se propage selon y' . La section de l'ellipsoïde des indices par le plan d'onde s'écrit

$$\frac{x'^2}{n_{x'}^2} + \frac{z'^2}{n_e^2} = 1 \quad (3.15)$$

avec

$$n_{x'} \approx n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} \frac{V}{d} \quad (3.16)$$

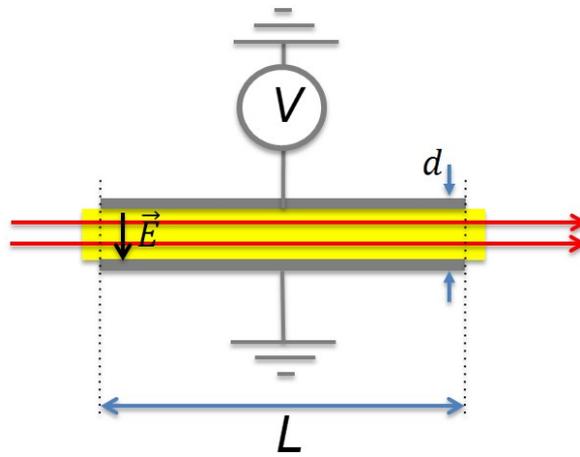


FIGURE 3.8 – Modulateur électrooptique en configuration transverse : $\vec{E}_{DC} \perp \vec{k}_{opt}$

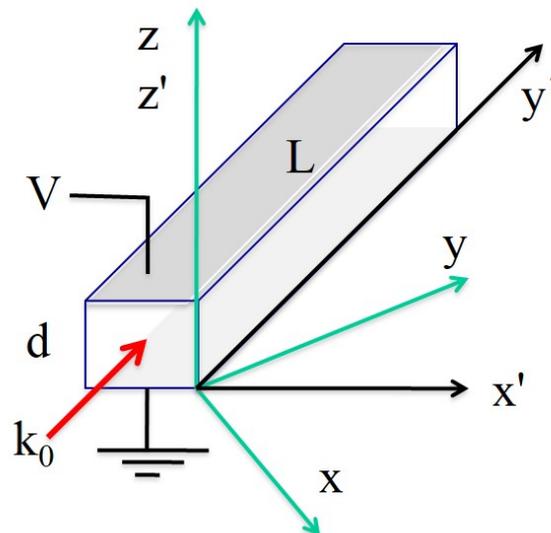


FIGURE 3.9 – Coupe du cristal de KDP pour un modulateur en configuration transverse.

Le déphasage introduit par la propagation entre les composantes de l'onde portées par x' et z' s'écrit

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e) L - \frac{\pi}{\lambda_0} n_o^3 r_{63} V \frac{L}{d} \quad (3.17)$$

Ce résultat appelle deux remarques :

- **A tension nulle**, le déphasage est celui introduit par la biréfringence naturelle du cristal. Pour qu'il ait une valeur donnée, on peut choisir la longueur L . Ce pourra être 2π pour réaliser un modulateur de phase ou $\pi/2$ pour un modulateur d'intensité. On peut aussi compenser la biréfringence (à l'aide d'un second cristal)
- **Le déphasage est proportionnel à la longueur** L parcourue par l'onde dans le cristal. On peut donc l'augmenter en augmentant cette épaisseur. C'est un avantage important.

La tension V'_π qui induit un déphasage supplémentaire de π entre les deux ondes propres, peut être considérablement plus faible en configuration transverse, que celle V_π nécessaire dans le cas longitudinal

$$V'_\pi = \frac{\lambda_0}{n_o^3 r_{63}} \frac{d}{L} = 2 \frac{d}{L} V_\pi \quad (3.18)$$

D'un point de vue technique, cette configuration a l'avantage d'éviter le recours à des électrodes transparentes. Elle nécessite cependant un contrôle rigoureux de l'épaisseur L . De plus, les modulateurs ainsi réalisés présentent une dérive importante avec la température, via le coefficient de dilatation thermique du matériau.

Utilisation en modulateur d'intensité

La polarisation incidente est ajustée pour former un angle de 45° avec les axes ox' et oz' . Le cristal est suivi d'un analyseur croisé avec cette polarisation.

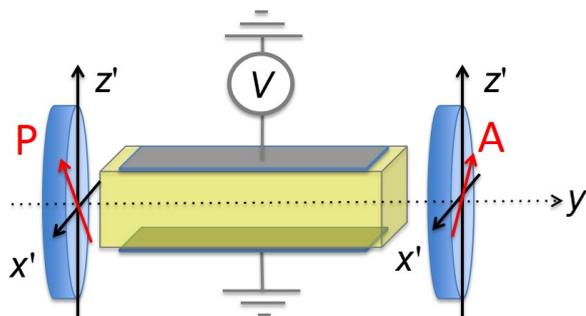


FIGURE 3.10 – Modulateur d'intensité en configuration transverse

Le coefficient de transmission en intensité de l'ensemble s'écrit alors

$$I_{\text{transmis}} = I_{\text{incident}} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3.19)$$

Utilisation en modulateur de phase

On choisit la polarisation incidente parallèle à l'axe ox' .

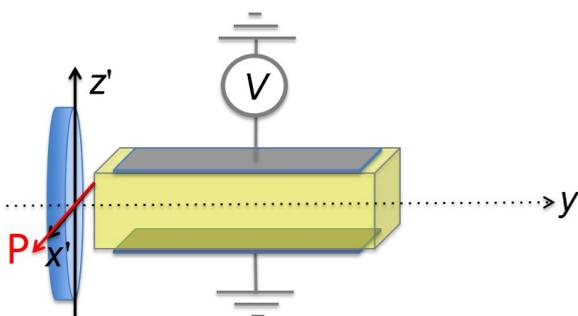


FIGURE 3.11 – Modulateur de phase en configuration transverse.

La propagation de l'onde incidente à travers le cristal n'en modifie ni la polarisation ni l'intensité. Elle introduit simplement un déphasage

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_o L \left(1 - \frac{n_o^2 r_{63} V}{2d} \right) \quad (3.20)$$

3.3 Modulateurs électro-optiques en guides d'ondes

Le niobate de lithium est un excellent matériau pour la réalisation de guides d'ondes. La diffusion dans ce matériau, d'ions tels que le titane permet en effet de former en surface une couche guidante de haut indice. La figure ci-dessous illustre la géométrie de deux modulateurs ; dans les deux cas le champ est appliqué selon l'axe z et le champ lumineux se propage selon y .

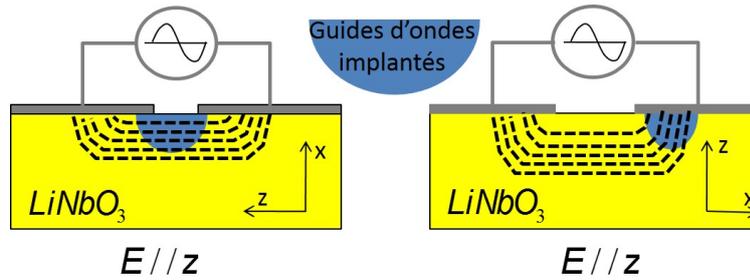


FIGURE 3.12 – Configurations de modulateurs transverses dans des guides d'ondes implantés.

On a donc la possibilité de réaliser, en optique intégrée, l'ensemble des configurations décrites pour les composants massifs. La très faible épaisseur des guides permet d'obtenir des tensions demi-ondes d'une dizaine de volts. Il est par-contre plus difficile d'intégrer des polariseurs. C'est pourquoi l'on a souvent recours à des dispositifs interférentiels dont nous donnerons ici deux exemples.

3.3.1 Modulateurs et obturateurs intégrés

Lorsqu'il est placé dans l'un des bras d'un interféromètre, un modulateur de phase permet de moduler l'intensité du faisceau qui sort de l'interféromètre. Considérons par exemple un interféromètre de Mach-Zehnder dont un des bras contient un modulateur de phase électro-optique.

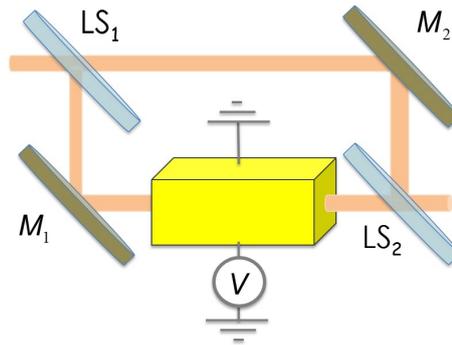


FIGURE 3.13 – Schéma de principe de la modulation d'amplitude par effet électro-optique dans un modulateur de Mach-Zehnder.

On suppose que la lame semi-réfléchissante LS_1 divise le faisceau incident d'intensité I_0 en deux faisceaux de même intensité. La lame LS_2 qui recombine les faisceaux en sortie de l'interféromètre est identique à LS_1 . L'intensité en sortie de l'interféromètre s'écrit

$$I_S = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \varphi) = I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (3.21)$$

où le déphasage φ est dû à la traversée du modulateur. Il est donné par une relation du type de (3.20) :

$$\varphi = \varphi_0 - \pi \frac{V}{V_\pi}.$$

L'intensité en sortie s'écrit donc

$$I_S = I_0 \cos^2 \left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{\pi V}{2 V_\pi} \right). \quad (3.22)$$

φ_0 est la différence de marche à tension nulle. Elle dépend de la différence de longueur entre les deux bras de l'interféromètre et inclue le terme de phase constant dû à la longueur du cristal électro-optique. On peut en choisir la valeur en fonction de ce que l'on souhaite réaliser.

- Si φ_0 est un multiple de 2π , alors $I_S = I_0 \cos^2 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V}{V_\pi}$. Pour $V = 0$, $I_S = I_0$, l'interféromètre est "transparent". Pour $V = V_\pi$, $I_S = 0$, l'interféromètre est "opaque". On a donc réalisé un obturateur.
- Si $\varphi_0 = \pi/2$, alors $I_S = \frac{I_0}{2} \left(1 + \sin \pi \frac{V}{V_\pi} \right)$. En petits signaux, il est donc possible de moduler linéairement le signal injecté, autour de la valeur $I_S = \frac{I_0}{2}$. C'est un modulateur que l'on a réalisé.

Un tel interféromètre de Mach-Zehnder peut être réalisé sous forme d'un circuit optique intégré. Les guides d'ondes sont réalisés selon le schéma de la figure.

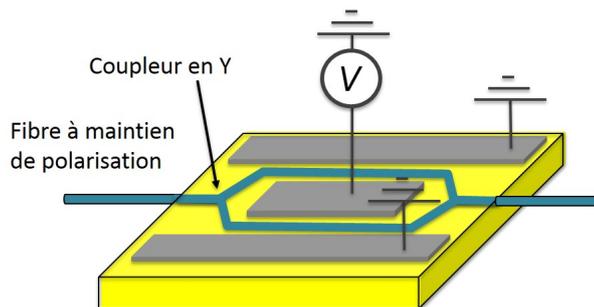


FIGURE 3.14 – Principe du modulateur de Mach-Zehnder intégré.

Les lames séparatrices sont remplacées par des coupleurs en Y. Le modulateur lui même peut être réalisé en implantant des électrodes sur l'un des guides, à la façon du paragraphe précédent. Plus efficacement, une électrode est placée entre les deux voies, les électrodes externes étant mises au potentiel 0. On applique ainsi V sur une voie et $-V$ sur l'autre. L'ensemble de ce processus de fabrication repose sur des techniques de masquage, d'implantation¹ et de dépôt, aujourd'hui bien maîtrisées. Pour assurer que la polarisation en entrée est convenable pour une modulation de phase, une fibre à maintien de polarisation est collée à l'entrée.

3.3.2 Coupleur directionnel

L'effet électro-optique permet aussi de contrôler le couplage entre les ondes qui se propagent dans deux guides d'ondes parallèles. On peut ainsi commander, à l'aide d'un signal électrique, le transfert de la lumière d'un guide à l'autre.

On montre (cours d'optique guidée) que deux guides d'ondes parallèles (Figure ci dessous) sont couplés par une onde évanescente et qu'ils échangent de l'énergie : les puissances $P_1(z)$ et $P_2(z)$ varient périodiquement dans la direction de propagation z .

Ce processus de couplage est contrôlé par deux paramètres :

- Un coefficient de couplage K qui dépend des dimensions et des indices de réfraction n_1 et n_2 des guides.
- Le désaccord $\Delta\beta$ entre les constantes de propagation β_1 et β_2 des deux guides :

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 - n_2).$$

Si $\Delta\beta = 0$ et si $P_2(0) = 0$, alors, après propagation sur une distance

$$L_0 = \frac{\pi}{2K}, \quad (3.23)$$

1. Deux techniques peuvent être utilisées pour planter un guide d'onde sur un cristal de niobate de lithium : la diffusion de titane et l'échange protonique. La première méthode consiste à faire diffuser du titane dans le cristal, à travers un masque et à une température de 1000°C . Il en résulte une augmentation locale d'indice de réfraction (de l'ordre de 0,5%) qui crée un guide permanent où peuvent se propager les deux polarisations (TE et TM). La deuxième méthode (l'échange protonique) consiste à remplacer des ions Li^+ par des ions H^+ puis à recuire le cristal pendant plusieurs heures pour aider à la diffusion des protons ; ceci crée des variations d'indice plus élevées (5%) et de meilleure tenue selon l'axe extraordinaire, mais une diminution de l'indice selon l'axe ordinaire, qui ne peut donc pas guider cette polarisation. Seule la polarisation extraordinaire de la lumière peut être guidée dans un guide réalisé par échange protonique.

dite longueur de couplage, l'énergie du guide 1 est totalement transférée au guide 2 : $P_1(L_0) = 0$ et $P_2(L_0) = P_1(0)$.

Si $\Delta\beta \neq 0$, on a pour cette même longueur L_0 :

$$P_2(L_0) = P_1(0) \cdot \left\{ \frac{\pi}{2} \operatorname{sinc} \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{\Delta\beta L_0}{\pi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \quad (3.24)$$

où $\operatorname{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$.

Pour une longueur L_0 donnée, la puissance $P_2(L_0)$ varie donc avec le désaccord $\Delta\beta$.

– Elle est maximale ($P_2(L_0) = P_1(0)$) lorsque $\Delta\beta = 0$. L'énergie est alors totalement transférée du guide 1 au guide 2.

– Elle est nulle lorsque $\left[1 + \left(\frac{\Delta\beta L_0}{\pi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2$, c'est à dire

$$\Delta\beta L_0 = \pi\sqrt{3}. \quad (3.25)$$

Aucune énergie n'est transférée dans le guide 2.

L'effet électro-optique permet de contrôler électriquement la valeur de ce désaccord entre les constantes de propagation de deux guides d'ondes parallèles. C'est ce qui est réalisé dans le dispositif de la figure suivante.

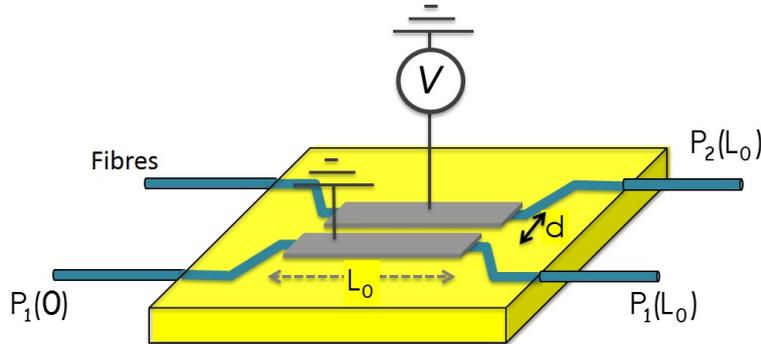


FIGURE 3.15 – Principe d'un coupleur commandé électro-optique intégré.

Les deux guides sont identiques en l'absence de champ électrique appliqué. Si la longueur L_0 de la région où ils sont voisins est convenablement choisie (selon la relation 3.23), il y a alors transfert total d'énergie du guide 1 au guide 2.

Appliquons une tension électrique V entre les deux électrodes séparées d'une distance d , recouvrant chacun des guides. On crée dans chacun d'eux des champs respectifs

$$E = \alpha \frac{V}{d} \quad \text{et} \quad -E = -\alpha \frac{V}{d}$$

où α est un coefficient qui dépend de la forme des lignes de champ.

L'un des guides voit son indice de réfraction modifié de

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 r_{\text{eff}} E,$$

où r_{eff} est le coefficient électro-optique effectif résultant de la nature du matériau, de la configuration des lignes de champ appliqué et de la polarisation des ondes guidées. L'indice de réfraction de l'autre subit une variation opposée. Il en résulte un désaccord des constantes de propagation

$$\Delta\beta = -\frac{2\pi}{\lambda_0} n^3 r_{\text{eff}} \alpha \frac{V}{d}. \quad (3.26)$$

Le transfert d'énergie entre les guides est nul (3.25) lorsque la tension appliquée vaut

$$V_0 = \frac{d}{\alpha L_0} \frac{\lambda_0}{2n^3 r_{\text{eff}}} \sqrt{3} \quad (3.27)$$

C'est à dire

$$V_0 = \frac{d}{\alpha\pi} \frac{K \lambda_0}{n^3 r_{\text{eff}}} \sqrt{3} \quad (3.28)$$

V_0 est la tension de commutation du dispositif. Dans les dispositifs en niobate de lithium, elle est typiquement de 10 volts.

3.4 Bande passante d'un système électro-optique

3.4.1 Limitation par la capacité du cristal

Un cristal électro-optique et ses électrodes constituent un condensateur dont l'impédance tend vers zéro lorsque la fréquence du signal électrique augmente. Si l'on considère que cette capacité C est connectée à un générateur de tension $V_0 \cos \omega t$ de résistance interne R , la tension effectivement appliquée au cristal a pour amplitude

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \quad (3.29)$$

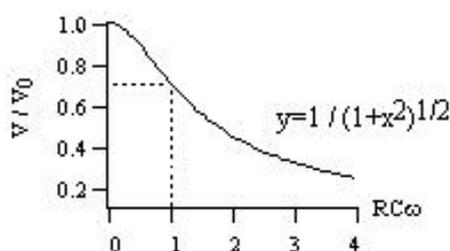


FIGURE 3.16 – Limitation de la bande passante d'un modulateur par la capacité du cristal électro-optique.

Lorsque l'on fait varier la fréquence du signal à amplitude constante, la tension appliquée au cristal chute d'un facteur $\sqrt{2}$ lorsque $\omega = \frac{1}{RC}$.

RC définit donc la bande passante du dispositif électro-optique.

Dans le cas d'un modulateur transverse constitué d'un cristal de longueur L et de section carrée de côté d , les électrodes de surface $S = d.L$ sont séparées par une distance d . La capacité du condensateur équivalent au cristal s'écrit

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r L \quad (3.30)$$

Application numérique :

Considérons un modulateur longitudinal tel que $d = 3 \text{ mm}$ et $L = 3 \text{ cm}$. Le cristal a une permittivité diélectrique relative $\epsilon_r = 43$ ($LiNbO_3$ à hautes fréquences). Sa capacité est donc de 11,4 pF. Il est commandé par une source de tension d'impédance interne 50Ω . La constante de temps vaut 570 ps et la fréquence de coupure est de 280 MHz.

Compensation électronique

Le dispositif peut cependant être utilisé à une fréquence élevée à condition d'utiliser un circuit électrique résonnant à cette fréquence.

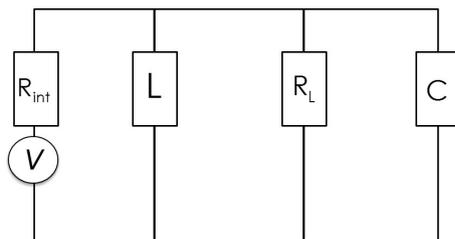


FIGURE 3.17 – Circuit résonant.

La fréquence de résonance ω_0 d'un circuit RLC est définie par

$$LC\omega_0^2 = 1. \quad (3.31)$$

et sa bande passante $\delta\omega$ par

$$R_L C \delta\omega = 1 \quad (3.32)$$

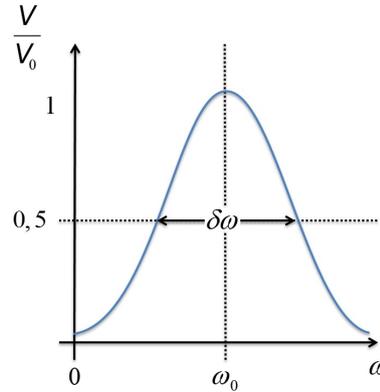


FIGURE 3.18 – Bande passante décalée.

On remarque donc qu'on a translaté la bande passante vers les hautes fréquences.

3.4.2 Puissance électrique consommée

La puissance électrique consommée par le modulateur est définie par le déphasage que l'on veut en obtenir. Pour obtenir un déphasage φ_{\max} , il faut, dans le cas d'un modulateur longitudinal en K.D.P., appliquer une tension

$$V_{\max} = \varphi_{\max} \frac{\lambda}{2\pi n_0^3 r_{63}} \quad (3.33)$$

La puissance dissipée pour cela s'écrit

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{V_{\max}^2}{R_L} = \varphi_{\max}^2 \frac{\lambda^2}{8\pi^2 n_0^6 r_{63}^2} \frac{1}{R_L} \quad (3.34)$$

Elle est liée à la bande passante (3.32)

$$\delta\nu = \frac{\delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_L C}$$

par la relation :

$$P_{\max} = \delta\nu \varphi_{\max}^2 \frac{\lambda^2 C}{4\pi n_0^6 r_{63}^2} = \delta\nu \varphi_{\max}^2 \frac{\lambda^2 d^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{4\pi L n_0^6 r_{63}^2} \quad (3.35)$$

Cette puissance croît donc proportionnellement à la bande passante et au carré du déphasage. Elle peut atteindre plusieurs dizaines de watts.

3.4.3 Limitation par le temps de transit de l'onde optique

Dans le cas d'un modulateur électro-optique, les variations du champ appliqué à haute fréquence peuvent être significatives pendant le temps que met le faisceau à parcourir le cristal. L'indice de réfraction ne peut donc être considéré comme constant pendant la propagation de l'onde optique à travers le composant.

Considérons le cas d'un modulateur transverse en K.D.P..

Le déphasage introduit entre les ondes propres par un élément de longueur dy' situé à la cote y' s'écrit

$$d\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E(y') \right) dy' + \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o) dy' \quad (3.36)$$

En raison de la propagation de l'onde optique à vitesse fini, le champ appliqué dont il faut tenir compte en y' dépend de l'instant où elle atteint cette cote, une fonction du temps.

Le déphasage cumulé par l'onde dans un transit de longueur L dans le cristal s'écrit alors, en omettant le deuxième terme lié à la biréfringence naturelle du cristal :

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} \right) \int_0^L E(y') dy' \quad (3.37)$$

Si l'onde aborde le cristal ($y' = 0$) à l'instant t , elle est en y' à l'instant $t + \frac{n}{c}y'$ et elle est en L à l'instant $t + \tau$ où

τ est le temps de transit

$$\tau = \frac{n}{c}L \quad (3.38)$$

L'onde rencontre le champ $E(y')$ à l'instant $t' = t + \frac{n}{c}y'$ si bien que le déphasage cumulé (expression 3.37) s'exprime en fonction du temps :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} \right) \frac{c}{n} \int_t^{t+\tau} E(t') dt' \quad (3.39)$$

et dans le cas d'une modulation sinusoïdale :

$$E(t') = E_0 \cos \omega_m t' \quad (3.40)$$

on obtient finalement :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_0 \right) L \frac{\sin \omega_m \tau / 2}{\omega_m \tau / 2} \cos \omega_m \left(t + \frac{\tau}{2} \right) \quad (3.41)$$

A amplitude constante du champ, le déphasage chute donc avec la fréquence du champ (terme en $\sin x / x$) , en même temps qu'il prend un retard $\frac{\tau}{2}$.

Pour $\omega_m \tau = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\sin \omega_m \tau / 2}{\omega_m \tau / 2} = 0,90$$

La chute de modulation est donc de 10% lorsque $f_m \tau = \frac{1}{4}$ soit $f_m = \frac{c}{4nL}$.

Cette chute de modulation est de 64 % lorsque $f_m \tau = \frac{1}{2}$ soit

$$f_m = \frac{c}{2nL} \quad (3.42)$$

Pour un cristal de KDP de longueur 1 cm et d'indice 1,5, cela correspond à une fréquence de 10 GHz.

3.4.4 Modulateurs électro-optiques à ondes progressives

On peut espérer lever cette limitation en appliquant le signal électrique au cristal sous forme d'une onde progressive

$$E(t, y) = E_0 \cos(\omega_m t - k_m y) \quad (3.43)$$

Une telle onde est obtenue dans le dispositif de la figure suivante :

Les électrodes disposées sur le cristal électrooptique constituent les lignes de propagation hyperfréquences. L'onde électrique créée en $y' = 0$ à l'instant t , se propage le long de cette ligne avec une vitesse

$$v_m = \frac{\omega_m}{k_m}$$

et non de façon instantannée comme supposé dans le paragraphe précédent.

L'onde optique se propage dans la même direction avec une vitesse

$$v = \frac{c}{n}$$

Elle est en y' à l'instant $t' = t + \frac{n}{c}y'$. A cet endroit et à cet instant, le champ électrique appliqué vaut

$$E(y', t') = E_0 \cos \omega_m \left(t' - \frac{1}{v_m} y' \right)$$

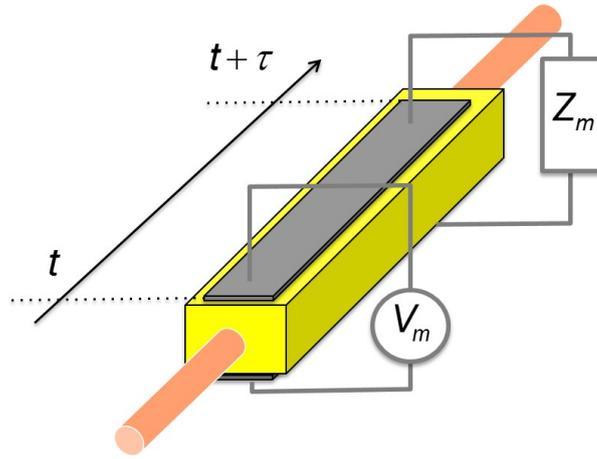


FIGURE 3.19 – Schéma de principe d'un modulateur électro-optique à ondes progressives.

Le déphasage cumulé introduit sur l'onde se calcule comme dans le paragraphe précédent :

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} \right) \frac{c}{n} \int_t^{t+\tau} E_0 \cos \left[\omega_m t' \left(1 - \frac{c}{nv_m} \right) \right] dt'$$

soit

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_0 \right) L \frac{\sin \omega_m \frac{\tau}{2} \left(1 - \frac{c}{nv_m} \right)}{\omega_m \frac{\tau}{2} \left(1 - \frac{c}{nv_m} \right)} \cos \omega_m \left[t + \frac{\tau}{2} \left(1 - \frac{c}{nv_m} \right) \right] \quad (3.44)$$

Dans cette configuration, la modulation de différence de marche introduite par le cristal est indépendante de la fréquence si la vitesse de propagation de l'onde électrique est égale à celle c/n de l'onde lumineuse : on réalise alors un couplage résonnant entre l'onde électrique et l'onde optique.

En pratique, la fréquence maximum de modulation peut être définie par la valeur qui fait chuter la modulation d'un facteur donné. Le terme en $\sin \pi x / \pi x$ vaut 0,64 lorsque x vaut 0,5. Selon ce critère arbitraire,

$$f_{\max} = \frac{c}{2nL} \frac{1}{\frac{c}{nv_m} - 1} \quad (3.45)$$

Par rapport au cas du champ électrique statique la fréquence d'utilisation est donc, à efficacité constante, multipliée par le facteur $\frac{1}{\frac{c}{nv_m} - 1}$

– Application numérique :

Dans le niobate de lithium, $n = 2,146$ et $v_m = c/4,2$. L'onde optique ne se déplace que 2 fois plus vite que l'onde progressive. Pour une longueur de 10 mm, on trouve une fréquence de 7.3 GHz.

Deuxième partie

Effets et composants acousto-optiques

Une propriété essentielle d'une onde acoustique est d'être une onde de matière. Il s'agit de la propagation de la déformation d'un milieu matériel. Sa célérité dépend des propriétés de ce milieu et elle y induit une densité de matière. Cet effet mécanique conduit à une variation spatiale des dipôles responsables de l'interaction lumière-matière et donc, en particulier, à une modulation dans l'espace et dans le temps de l'indice de réfraction du milieu. C'est par ce biais que l'on peut parler d'interaction acousto-optique.

Après un rappel des propriétés générales des ondes acoustiques et quelques idées élémentaires sur leur génération, nous décrivons donc les "réseaux de diffraction" qu'elles induisent dans divers matériaux.

Après une étude des propriétés de ces réseaux, nous décrivons les principaux dispositifs acousto-optiques et leurs propriétés.

Chapitre 4

Interaction acousto-optique unidimensionnelle

4.1 Rappels sur les ondes acoustiques et leur propagation

Champ des déplacements

Dans un barreau solide de section S , où se propage une onde de compression, les atomes sont mis en mouvement dans la direction de propagation de l'onde. Considérons le volume compris entre les abscisses z et $z + dz$.

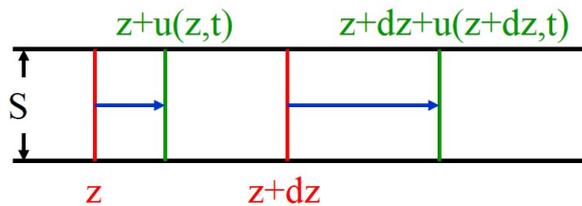


FIGURE 4.1 – Le vecteur déplacement

Soit $u(z, t)$, le déplacement de la section située à l'abscisse z . Le champ des déplacements transforme le volume élémentaire

$$dV = S dz$$

en

$$dV' = S [(z + dz) + u(z + dz, t) - z - u(z, t)].$$

La variation relative du volume élémentaire vaut donc :

$$\frac{\delta(dV)}{dV} \triangleq \frac{dV' - dV}{dV} = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \quad (4.1)$$

On peut donc écrire :

$$\frac{\delta(dz)}{dz} = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \quad (4.2)$$

La déformation relative de l'élément de volume apparaît donc ici comme la dérivée spatiale du déplacement.

Champ des déformations

A partir du champ des déplacements $u(z, t)$, on introduit celui des déformations. La quantité

$$S(z, t) = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.3)$$

est appelée déformation du matériau. Les relations (4.1) et (4.2) montrent que :

– lorsque $\frac{\partial u}{\partial z}$ est positif, la variation relative de volume et $S(z, t)$ le sont aussi : il y a dépression du matériau.

- à l'opposé, lorsque $\frac{\partial u}{\partial z}$ est négatif, il y a compression.
- $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ correspond à un déplacement homogène, c'est à dire à une translation sans déformation.

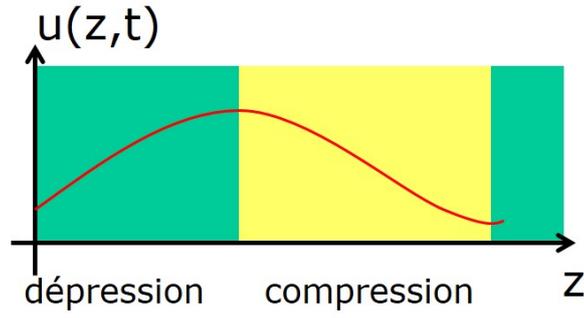


FIGURE 4.2 – Déplacements et déformations

Relation pression-déformation : module d' Young

On définit le module d' Young E du matériau, par la relation

$$\frac{\Delta l}{l} = -\frac{P}{E} \quad (4.4)$$

où l est la longueur du barreau et P la pression appliquée à ses extrémités¹. Des relations (4.2) et (4.4), on tire aisément :

$$\frac{\delta(dz)}{dz} = \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = S(z,t) = -\frac{P}{E} \quad (4.5)$$

Équation de propagation des ondes de compression

La relation fondamentale de la dynamique appliquée à une tranche d'épaisseur dz d'un matériau de masse volumique ρ donne :

$$F(z) - F(z + dz) = \rho \cdot S \cdot dz \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \quad (4.6)$$

où F est la force exercée sur les faces du barreau. La relation s'exprime en fonction de la pression :

$$P(z) - P(z + dz) = \rho \cdot dz \cdot \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

et l'on obtient

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \quad (4.7)$$

On peut éliminer la pression dans la relation (4.7), en dérivant (4.5) par rapport à z :

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} - \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4.8)$$

C'est l'équation de propagation des ondes acoustiques dans le barreau. Elle est de la forme

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{ac}^2} \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (4.9)$$

La vitesse de propagation des ondes acoustiques de compression est donc :

$$v_{ac} = \sqrt{E/\rho} \quad (4.10)$$

Cette dépendance en E explique les vitesses de propagation différentes

- dans l'air $v_{ac} \simeq 300 \text{ ms}^{-1}$,
- dans l'eau $v_{ac} \simeq 1500 \text{ ms}^{-1}$
- dans un cristal typique ($E \approx 10^{10} \text{ N.m}^{-2}$, $\rho \approx 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$), $v_{ac} \simeq 3000 \text{ ms}^{-1}$.

1. E représente la "raideur" du matériau. Plus E est grand plus l'allongement résultant d'une pression donnée est faible. Plus E est grand et moins le matériau est compressible.

4.1.1 Énergie acoustique de l'onde

Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un élément de volume $S \cdot dz$ s'écrit

$$E_c = \frac{1}{2} \rho S dz \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (4.11)$$

D'où l'énergie cinétique par unité de volume :

$$E_c = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (4.12)$$

Énergie potentielle

L'énergie potentielle élastique transportée par l'onde est évaluée en calculant le travail à fournir pour faire varier l'épaisseur d'une tranche de matériau de dz à $dz + \delta(dz)$:

$$E_p = \int_{u \text{ initial}}^{u \text{ final}} -P dV \quad (4.13)$$

Le champ de déplacement est nul à l'instant initial. Il vaut $u(z)$ à l'instant final. A un instant intermédiaire quelconque, on l'écrit $\lambda(t) u(z)$, où $\lambda(t)$ est un coefficient variant de 0 à 1 entre les deux instants extrêmes. Lorsque le champ de déplacement vaut $\lambda u(z)$, la variation de dz est donnée par (4.5) :

$$\delta(dz) = \frac{\partial (\lambda u)}{\partial z} dz = \lambda \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (4.14)$$

L'élément de volume de l'intégrale (4.13) s'écrit donc

$$dV = S dz \frac{\partial u}{\partial z} d\lambda \quad (4.15)$$

P est aussi obtenu à partir de (4.5) :

$$-P = \lambda E \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.16)$$

On en déduit :

$$E_p = \int_0^1 E S dz \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \lambda d\lambda = \frac{E}{2} S dz \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (4.17)$$

L'énergie élastique par unité de volume s'écrit donc :

$$E_{elast.} = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (4.18)$$

Énergie totale

L'énergie totale de l'onde acoustique s'écrit :

$$E_T = E_p + E_c = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (4.19)$$

Une solution de l'équation de propagation (4.9) est nécessairement de la forme $u \left(t - \frac{z}{v_{ac}} \right)$. Cela implique :

$$E_T = E \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (4.20)$$

4.1.2 Onde acoustique plane

Énergie d'une onde acoustique plane

Considérons une onde de déplacement plane de la forme

$$u(z, t) = u_0 \cos(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \quad (4.21)$$

Par report dans l'équation de propagation (4.9), on trouve :

$$k_{ac} = \omega_{ac} \sqrt{\rho/E} = \omega_{ac}/v_{ac} \quad (4.22)$$

La densité totale d'énergie (4.20) s'écrit alors

$$E_T = \rho \omega_{ac}^2 u_0^2 \sin^2(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \quad (4.23)$$

et sa valeur moyenne temporelle vaut

$$\bar{E}_T = \frac{1}{2} \rho \omega_{ac}^2 u_0^2 \quad (4.24)$$

La déformation $S(z, t) = \frac{\partial u}{\partial z}$ du matériau s'écrit elle même

$$S(z, t) = S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}z). \quad (4.25)$$

L'énergie moyenne s'exprime donc en fonction de l'amplitude S_0 de la déformation par

$$\bar{E}_T = \frac{1}{2} \rho v_{ac}^2 S_0^2 \quad (4.26)$$

Intensité d'une onde acoustique plane

On définit l'intensité I_{ac} de l'onde acoustique comme l'énergie acoustique qui traverse l'unité de surface par unité de temps

$$I_{ac} = \bar{E}_T \cdot v_{ac} \quad (4.27)$$

Elle s'écrit donc :

$$I_{ac} = \frac{1}{2} \rho \cdot v_{ac}^3 S_0^2 \quad (4.28)$$

d'où l'amplitude de la déformation associée à une onde plane :

$$S_0 = \sqrt{\frac{2I_{ac}}{\rho \cdot v_{ac}^3}} \quad (4.29)$$

4.2 Production d'une onde acoustique

4.2.1 L'effet piézoélectrique

Effet piézoélectrique direct

Une contrainte, appliquée à un cristal, peut provoquer une déformation de l'édifice cristallin², c'est à dire un déplacement relatif des différents ions qui le constituent. Dans certains cristaux et pour une contrainte convenablement orientée, ce déplacement peut être différent pour des ions de charges opposées. Il apparaît alors une polarisation du cristal (densité surfacique de charge de polarisation) et donc une différence de potentiel entre deux électrodes déposées sur ce cristal. Par exemple, une contrainte σ , dépressive et uniaxiale, exercée selon un axe d'un cristal de quartz, induit une densité surfacique de charge :

$$P = d \sigma \quad (4.30)$$

La charge change de signe dans le cas d'une contrainte dépressive. d est appelé "module piézoélectrique". Cet effet a longtemps permis de réaliser d'excellentes têtes pour les lecteurs de disques microsillons. Il l'est encore dans certains capteurs de déplacement.

2. Etabli d'après Propriétés Physiques des Cristaux, Leurs Représentations Par Des Tenseurs Et Des Matrices de J.F. Nye, traduit en Français par D.Blanc et T. Pujol Dunod Paris 1961(épuisé). Version disponible : Physical Properties of Crystals, Their Representation by tensors and matrices. J.F. Nye, Clarendon Press Oxford 1985.

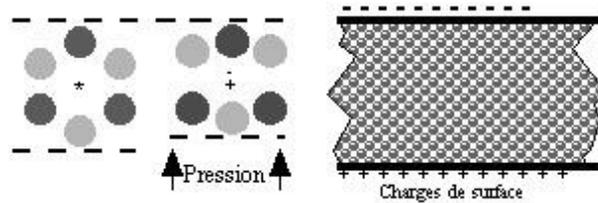


FIGURE 4.3 – Polarisation de surface induite par une contrainte

L'effet piézoélectrique inverse

Inversement, un champ électrique E appliqué à un cristal piézoélectrique, en change légèrement la forme. C'est l'effet piézoélectrique inverse. La déformation induite relative est proportionnelle au champ appliqué. Par des considérations thermodynamiques, on démontre que l'existence de l'effet inverse découle de celle de l'effet direct et que le facteur de proportionnalité est le même module piézoélectrique d que dans l'effet direct :

$$\frac{\Delta L}{L} = d E \quad (4.31)$$

On remarquera que d relie cette fois un champ électrique à une déformation et non plus une contrainte (force) à une polarisation (charge).

4.2.2 Transducteurs piézoélectriques

L'effet piézoélectrique inverse est utilisé pour engendrer les ondes acoustiques nécessaires à l'effet acousto-optique. Une lame de quartz (par exemple), d'épaisseur e , à laquelle on applique une tension électrique alternative

$$V(t) = V_0 \cos 2\pi f_{ac} t$$

dans une direction donnée, se contracte et se dilate à la fréquence f_{ac} .

Cette vibration peut être transmise au milieu environnant sous forme d'une onde acoustique de fréquence f_{ac} . La grandeur significative étant le champ électrique, on utilise des lames minces de matériau piézoélectrique pour réaliser ces transducteurs.

4.2.3 Les différents types d'ondes acoustiques

Un transducteur piézoélectrique, excité par une source hyperfréquence de fréquence f_{ac} , émet une onde acoustique, qui peut être transmise à un milieu acousto-optique auquel il est solidairement lié. Ces ondes acoustiques peuvent être de plusieurs types. On les distingue selon qu'elles se propagent dans le volume d'un matériau ou uniquement à sa surface.

Les ondes de volume

Les ondes de volume sont de deux types selon la direction du déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$ qu'elles induisent sur les atomes du milieu. Elles sont illustrées sur la figure suivante qui montre le type de distorsion subi par la maille cristalline et où l'on a indiqué la direction de propagation de l'onde et la direction du vecteur déplacement.

- Elles sont **longitudinales** (ou de compression) si le déplacement \vec{u} est parallèle à la direction \vec{k} de propagation de l'onde. La maille du cristal est alors alternativement dilatée et comprimée. Il en résulte une variation de densité volumique de matière.
- Elles sont **transverses** (ou de cisaillement) si le déplacement est perpendiculaire à la direction de propagation. La maille cristalline est alors latéralement déplacée de façon périodique sans modification de volume.

Un même milieu n'est pas (sauf cas particuliers) déformable de la même façon dans toutes les directions. Les ondes longitudinales et transverses ont donc des vitesses de propagation différentes. Des ondes encore plus complexes telles que des ondes de torsion peuvent aussi exister.

Le mode d'excitation du transducteur piézoélectrique, placé sur une des extrémités du cristal, est défini par sa géométrie et par l'orientation du champ appliqué. Il peut être choisi pour engendrer soit une onde de compression soit une onde de cisaillement de faible amplitude. Pour qu'elle soit notable, la fréquence f_{ac} est

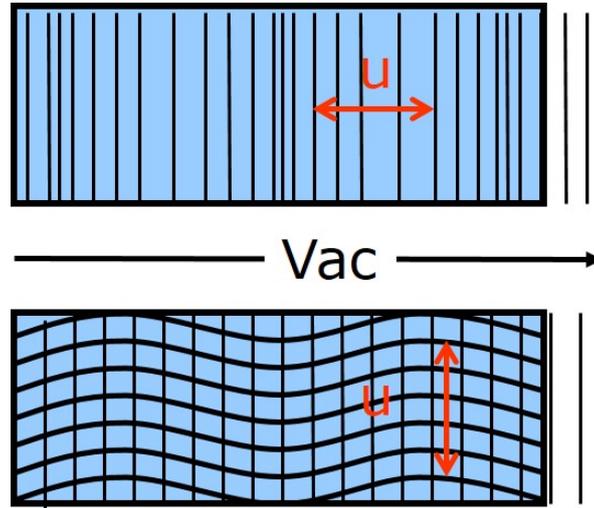


FIGURE 4.4 – Directions relatives du vecteur d'ondes k et du vecteur déplacement u de l'onde acoustique, déformations de la maille cristalline dans le cas des ondes de compression et de cisaillement.

choisie de façon à exciter les résonances mécaniques du transducteur. On choisit pour cela une épaisseur e du transducteur, proche de la demi longueur d'onde acoustique :

$$e = \frac{\lambda_{ac}}{2} = \frac{v_{ac}}{2f_{ac}}, \quad (4.32)$$

où v_{ac} est la vitesse de propagation de l'onde acoustique

Application numérique :

Pour un matériau cristallin où la vitesse de propagation de l'onde acoustique est de l'ordre de 3 km.s^{-1} , et pour une fréquence acoustique de 30 MHz , la résonance est ainsi obtenue pour une épaisseur de $50 \mu\text{m}$.

Effet des dimensions finies du transducteur

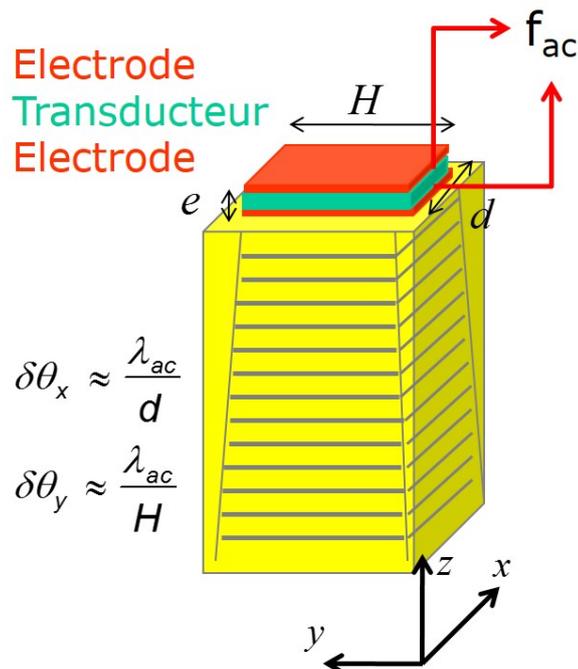


FIGURE 4.5 – Diffraction de l'onde acoustique de volume émise par un transducteur de dimensions finies.

Les dimensions latérales du transducteur piézoélectrique ($d \times H$) étant limitées, l'onde acoustique émise est diffractée au cours de sa propagation dans le cristal. Elle diverge de :

$$\delta\theta_x \simeq \frac{\lambda_{ac}}{d} \quad \text{et} \quad \delta\theta_y \simeq \frac{\lambda_{ac}}{H} \quad (4.33)$$

Les ondes de surface

Dans un milieu fini présentant une interface, il peut exister des ondes dites "de surface" (ou ondes de Rayleigh), localisées au voisinage de cette surface libre. L'énergie acoustique est confinée dans une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de la longueur d'onde acoustique. Ces ondes ne sont ni longitudinales ni transverses et leur vitesse de propagation est une fonction des deux vitesses précédentes.

Parmi les ondes de surface de fréquence donnée, seules celles ayant une certaine longueur d'onde ont une amplitude appréciable. Il s'agit encore d'un phénomène de résonance, et ces ondes sont utilisées dans des guides d'ondes de faible épaisseur (10 à 100 μm).

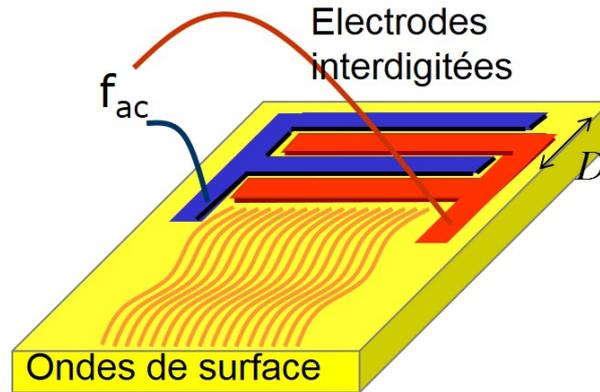


FIGURE 4.6 – Génération d'une onde acoustique de surface

Si le milieu où doit se propager l'onde acoustique est lui-même piézoélectrique, on peut lui appliquer directement la tension de commande. Pour créer des ondes de surface dans ce matériau, on pourra par exemple utiliser un peigne d'électrodes interdigitées (voir figure). La distance entre deux électrodes doit à nouveau être égale à la demi longueur d'onde acoustique pour obtenir une résonance (cela assure que les ondes émises par les différentes périodes du peigne sont en phase). La surface présente alors des ondulations capables de diffracter la lumière. Un effet similaire mais plus faible, est dû au champ de contrainte créé par cette onde dans le matériau photo-élastique.

4.3 L'effet Photoélastique

4.3.1 Constante photo-élastique

Le déplacement inhomogène des atomes d'un cristal crée localement une modification de la densité de matière et donc de la constante diélectrique relative. Cette modification est définie par la relation

$$\Delta(1/\epsilon_r) = P_p S(z, t) \quad (4.34)$$

où P_p est appelé constante photo-élastique du matériau. On reconnaîtra là une variation d'un coefficient de l'ellipsoïde des indices du matériau. Pour plus de simplicité, nous en resterons, pour l'instant, au cas d'une perturbation isotrope.

4.3.2 Variation d'indice induite

La relation qui lie l'indice de réfraction n du milieu et sa permittivité relative ϵ_r permet d'écrire

$$\Delta(1/\epsilon_r) = \Delta(1/n^2) = -2 \frac{\Delta n}{n^3} \quad (4.35)$$

La variation d'indice produite par la déformation $S(z, t)$ vaut donc

$$\Delta n = -\frac{1}{2} n^3 P_p S(z, t) \quad (4.36)$$

Considérons donc une onde acoustique plane d'intensité I_{ac} . La déformation associée est définie par

$$S(z, t) = S_0 \sin[\omega_{ac}t - k_{ac}z] \quad (4.37)$$

où S_0 est défini par (4.29). La variation d'indice produite s'écrit donc :

$$\Delta n = -\frac{1}{2}n^3 P_p S_0 \sin[\omega_{ac}t - k_{ac}z] \quad (4.38)$$

4.3.3 Figure de mérite M

La distribution spatiale d'indice dans le milieu s'écrit donc

$$n(z, t) = n - \Delta n_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \text{ avec } \Delta n_0 = \frac{1}{2}P_p n^3 S_0 \quad (4.39)$$

L'amplitude de variation Δn_0 est une fonction de l'intensité de l'onde acoustique définie par (4.38) et (4.29)

$$\Delta n_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{P_p^2 n^6}{\rho \cdot v_{ac}^3} I_{ac}} \equiv \sqrt{\frac{1}{2} M I_{ac}}. \quad (4.40)$$

La quantité

$$M = \frac{P_p^2 n^6}{\rho \cdot v_{ac}^3} \quad (4.41)$$

caractérise l'efficacité de l'onde sonore à modifier l'indice de réfraction du milieu. C'est une **figure de mérite du matériau considéré, pour l'effet acousto-optique**.

Le tableau suivant³ résume les propriétés des matériaux acousto-optiques usuels. Pour chacun, on a indiqué la longueur d'onde optique d'utilisation et l'indice de réfraction à cette longueur d'onde, la masse volumique, nécessaire au calcul de la déformation et de la figure de mérite.

- Remarques :
 - Plutôt que le module d' Young, on a indiqué la vitesse de propagation d'une onde acoustique dans le milieu, avec sa polarisation.
 - L est une onde acoustique longitudinale et T, une onde acoustique transverse. Ces symboles sont éventuellement suivis des composantes de cette polarisation dans le repère cristallographique car la déformation n'est pas nécessairement colinéaire à la pression. Le module d' Young est en fait un tenseur (voir chapitre 2).
 - Les valeurs de la figure de mérite M sont données pour une polarisation particulière de l'onde optique, repérée par les symboles \parallel ou \perp selon qu'elle est parallèle ou orthogonale au plan formé par les deux vecteurs d'ondes $(\vec{k}_{ac}, \vec{k}_{opt})$. En effet, la variation d'indice induite dépend de la polarisation de l'onde lumineuse utilisée pour la tester : un matériau isotrope est rendu biréfringent par la propagation de l'onde acoustique.

3. D'après A. Yariv et P. Yeh, Optical Waves in Crystals.

| Matériau | λ μm | n | ρ g.cm^{-3} | Polar. acoust. | v_{ac} km.s^{-1} | Polar. optique | M 10^{-15} |
|----------------------------------|----------------------------|------|------------------------------|-------------------|--------------------------------|-------------------|-----------------|
| Quartz fondu | 0,63 | 1,46 | 2,2 | L | 5,95 | ou \perp | 1,51 |
| Quartz fondu | 0,63 | 1,46 | 2,2 | T | 3,76 | \perp | 0,467 |
| GaP | 0,63 | 3,31 | 4,13 | L [110] | 6,32 | | 44,6 |
| GaP | 0,63 | 3,31 | 4,13 | T [100] | 4,13 | ou \perp | 24,1 |
| GaAs | 1,15 | 3,37 | 5,34 | L [110] | 5,15 | | 104 |
| GaAs | 1,15 | 3,37 | 5,34 | T [100] | 3,32 | ou \perp | 46,3 |
| TiO ₂ | 0,63 | 2,58 | 4,6 | L | 7,86 | \perp | 3,93 |
| LiNbO ₃ | 0,63 | 2,20 | 4,7 | L | 6,57 | | 6,99 |
| YAG | 0,63 | 1,83 | 4,2 | L [100] | 8,53 | | 0,012 |
| YAG | 0,63 | 1,83 | 4,2 | L [110] | 8,60 | \perp | 0,073 |
| YIG | 1,15 | 2,22 | 5,17 | L [100] | 7,21 | \perp | 0,33 |
| LiTaO ₃ | 0,63 | 2,18 | 7,45 | L [001] | 6,19 | | 1,37 |
| As ₂ S ₃ | 0,63 | 2,61 | 3,20 | L | 2,6 | \perp | 433 |
| As ₂ S ₃ | 1,15 | 2,46 | 3,20 | L | 2,6 | | 347 |
| SF-4 | 0,63 | 1,62 | 3,59 | L | 3,63 | \perp | 4,51 |
| b-ZnS | 0,63 | 2,35 | 4,10 | L [110] | 5,51 | | 3,41 |
| b-ZnS | 0,63 | 2,35 | 4,10 | T [110] | 2,165 | ou \perp | 0,57 |
| a-Al ₂ O ₃ | 0,63 | 1,76 | 4,0 | L [001] | 11,15 | | 0,34 |
| CdS | 0,63 | 2,44 | 4,82 | L | 4,17 | | 12,1 |
| ADP | 0,63 | 1,58 | 1,803 | L [100] | 6,15 | | 2,78 |
| ADP | 0,63 | 1,58 | 1,803 | T [100] | 1,83 | ou \perp | 6,43 |
| K.D.P. | 0,63 | 1,51 | 2,34 | L [100] | 5,50 | ou \perp | 1,91 |
| K.D.P. | 0,63 | 1,51 | 2,34 | T [100] | 5,50 | ou \perp | 3,83 |
| H ₂ O | 0,63 | 1,33 | 1,0 | L | 1,5 | | 160 |
| Te | 10,6 | 4,8 | 6,24 | L | 2,2 | | 4400 |
| PbMO ₄ | 0,63 | 2,4 | | L | 3,75 | ou \perp | 73 |

4.4 Conclusion

Nous avons donc montré sur un cas simple, comment la propagation d'une onde acoustique est capable de provoquer un déplacement inhomogène des atomes d'un cristal, c'est à dire l'apparition d'un champ de déformation. Nous avons ensuite indiqué comment ce champ de déformation crée une modulation de l'indice de réfraction du milieu.

Nous n'avons cependant considéré ici que des milieux unidimensionnels peu réalistes. Le chapitre suivant a pour but d'introduire les phénomènes tels qu'ils se produisent dans les matériaux réels.

Chapitre 5

Généralisation aux systèmes tridimensionnels

5.1 Les grandeurs mécaniques

5.1.1 La notion de contrainte

Un élément de volume d'un corps en état de contrainte peut être soumis à deux types de forces : des forces volumiques et des forces surfaciques.

Forces volumiques

Les champs de force comme la pesanteur, dont l'action se manifeste dans tous les éléments de volume, créent une force proportionnelle au volume de l'élément.

Forces surfaciques

Les forces exercées sur la surface de l'élément par le milieu qui l'entoure, sont proportionnelles à l'aire de la surface externe de l'élément. C'est cette force par unité d'aire qui est appelée contrainte.

Contraintes

Soit un corps dont toutes les parties sont en équilibre statique, ne subissant ni champ de forces, ni champ de moments. Considérons, à l'intérieur de ce corps, un cube unité dont les arêtes sont parallèles aux axes Ox_1, Ox_2, Ox_3 . La matière environnante exerce sur chacune des 6 faces du cube, une force qui peut être décomposée en 3 composantes. On définit ainsi la contrainte σ_{ij} comme la force exercée selon l'axe Ox_i sur la face perpendiculaire à Ox_j .

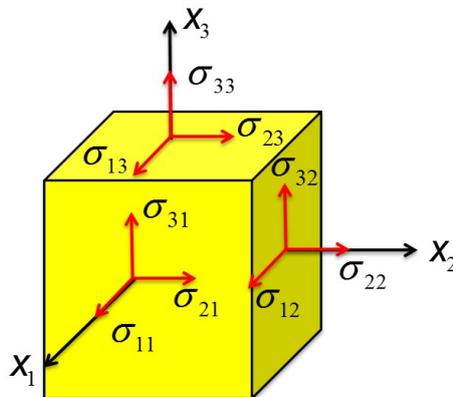


FIGURE 5.1 – Contraintes exercées sur les éléments de surface d'un cube élémentaire.

- Si la contrainte est homogène, les forces qui s'exercent sur des faces opposées sont elles-mêmes opposées. A l'équilibre, les moments sont nuls

$$\forall i \neq j, \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (5.1)$$

- Les σ_{ii} sont les composantes normales de la contrainte.
- Les σ_{ij} ($i \neq j$) sont les composantes de cisaillement.

5.1.2 Déformations

Pour définir les déformations d'un cristal, on considère le champ des vecteurs déplacement $\vec{u}(x, y, z, t)$ de ce cristal :

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \begin{cases} u_x(x, y, z, t) \\ u_y(x, y, z, t) \\ u_z(x, y, z, t) \end{cases} \quad (5.2)$$

S'il est uniforme, il y a déplacement sans déformation. La déformation du cristal est décrite par les variations spatiales de ce déplacement. On définit pour cela le tenseur à 9 composantes :

$$s_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (i, j = x, y, z) \quad (5.3)$$

Chacune d'elles a une signification particulière :

- Les s_{ii} sont les extensions subies sous l'effet de la contrainte, par des éléments de longueur unité, dans la direction i .
- s_{ij} ($i \neq j$) est la rotation vers l'axe i , d'un élément linéaire parallèle à l'axe j , autour du troisième axe k .

On démontre¹ que la partie antisymétrique de ce tenseur correspond aux rotations du cristal. On définit donc le tenseur des déformations $[S]$ comme la partie symétrique du tenseur $[s]$:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (s_{ij} + s_{ji}) \quad (5.4)$$

- Les S_{ii} sont les **extensions** subies sous l'effet de la contrainte, par des éléments de longueur unité, dans la direction i .
- Les S_{ij} ($i \neq j$) sont les **déformations de cisaillement**. Ils valent la moitié de la rotation introduite entre deux éléments initialement parallèles aux directions i et j .

5.1.3 Le tenseur d'élasticité

Une petite variation de la contrainte $d\sigma_{kl}$ produit une variation de la déformation ds_{ij} donnée par l'équation :

$$ds_{ij} = \sum_{k,l} S_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (5.5)$$

Nous n'utiliserons pas ce tenseur ici. Ce sont les effets des contraintes sur les propriétés électriques et optiques qui retiendront notre attention.

5.2 Les grandeurs électriques

Les grandeurs électriques que nous utiliserons sont le champ électrique et son induction dans le milieu. Une petite variation du champ électrostatique dE_j dans le matériau entraîne une variation dD_i de l'induction électrique selon la définition familière du tenseur de susceptibilité diélectrique :

$$dD_i = \sum_j \epsilon_{ij} dE_j \quad (5.6)$$

ou

$$\epsilon_{ij} = \left(\frac{dD_i}{dE_j} \right)_{E=0} \quad (5.7)$$

1. J.F.Nye Physical Properties of Crystals, Clarendon Press.Oxford.

5.2.1 Les tenseurs piézoélectriques

Pour ce qui est de l'effet piézoélectrique direct, une petite variation $d\sigma_{jk}$ de la contrainte, induit une petite variation dD_i de l'induction électrique donnée par :

$$dD_i = \sum_{j,k} d_{ijk} d\sigma_{jk} \quad (5.8)$$

ou

$$d_{ijk} = \left(\frac{dD_i}{d\sigma_{jk}} \right)_{\sigma=0} . \quad (5.9)$$

Pour ce qui est de l'effet piézoélectrique inverse, c'est cette fois une petite variation dE_k du champ qui induit une petite variation ds_{ij} de la déformation, telle que :

$$ds_{ij} = \sum_k d_{ijk} dE_k \quad (5.10)$$

ou

$$d_{ijk} = \left(\frac{ds_{ij}}{dE_k} \right)_{E=0} \quad (5.11)$$

5.3 Les propriétés optiques

5.3.1 Biréfringence induite par les contraintes

Le déplacement inhomogène des atomes d'un cristal crée localement une modification de la densité de matière du milieu et donc des coefficients du tenseur de permittivité diélectrique relative ou du tenseur imperméabilité diélectrique $[\eta]$

Effet photo-élastique

La définition de l'effet élasto-optique donnée dans le cas d'un matériau unidimensionnel se généralise facilement. Au premier ordre, chacune des variations introduites est une fonction multilinéaire des 9 composantes de la déformation $S(z, t)$:

$$\Delta\eta_{ij} = \sum_{k,l=x,y,z} p_{ijkl} S_{kl}(z, t) \quad (5.12)$$

L'effet photo-élastique est donc décrit par un tenseur de rang 4, à 81 composantes ! Cependant, la définition la plus générale de ce tenseur est qu'il décrit les variations linéaires du tenseur $[\eta]$ en fonction du tenseur $[S(z, t)]$, en l'absence de toute autre source de perturbation :

$$p_{ijkl} \triangleq \left[\frac{\partial \eta_{ij}}{\partial S_{kl}} \right]_{S=0} \quad (5.13)$$

$[S]$ et $[\eta]$ sont tous deux des tenseurs symétriques. Cette définition implique que les coefficients du tenseur photo-élastique sont invariants par permutations de i et j d'une part, de k et l d'autre part :

$$p_{ijkl} = p_{jikl} = p_{ijlk} = p_{jilk} \quad (5.14)$$

5.3.2 Onde acoustique longitudinale dans un milieu isotrope

On peut montrer que dans un milieu isotrope, les composantes du tenseur photo-élastique (voir 11.1) sont toutes nulles sauf :

$$\begin{aligned} p_{xxxx} &= p_{yyyy} = p_{zzzz} = p_1 \\ p_{xxyy} &= p_{xxzz} = p_{yyxx} = p_{yyzz} = p_{zzxx} = p_{zzyy} = p_2 \\ p_{yzyz} &= p_{yyzz} = p_{yzzz} = p_{zyzy} = \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \\ p_{zxzx} &= p_{zxxz} = p_{xzzz} = p_{zxxx} = \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \\ p_{xyxy} &= p_{yxyx} = p_{xyyx} = p_{yxxy} = \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Si l'onde acoustique est une onde de volume longitudinale se propageant dans la direction z , le champ de déplacement s'écrit

$$\vec{u}(z, t) = \cos(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \begin{cases} 0 \\ 0 \\ u \end{cases} . \quad (5.16)$$

La seule composante non nulle du tenseur des déformations est donc

$$S_{zz}(z, t) = u.k_{ac} \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \quad (5.17)$$

et la relation (5.12) s'écrit donc :

$$\forall i, j \quad \Delta\eta_{ij} = p_{ijzz}S_{zz}(z, t) \quad (5.18)$$

Les seuls termes non nuls sont

$$\Delta\eta_{xx} = \Delta\eta_{yy} = p_2S_{zz}(z, t) \quad \Delta\eta_{zz} = p_1S_{zz}(z, t) \quad (5.19)$$

On voit donc apparaître dans le milieu une structure d'indice périodique se propageant selon z en même temps que la déformation et dépendant de la polarisation de l'onde incidente :

$$\Delta\left(\frac{1}{n_x^2}\right) = \Delta\left(\frac{1}{n_y^2}\right) = p_2S_{zz}(z, t) \quad \Delta\left(\frac{1}{n_z^2}\right) = p_1S_{zz}(z, t) \quad (5.20)$$

Une onde optique se propageant selon ox et polarisée selon oz voit simplement une variation d'indice :

$$\Delta\left(\frac{1}{n_z^2}\right) = p_1S_{zz}(z, t) \quad (5.21)$$

Le problème se ramène donc à celui de la diffraction d'une onde optique sur une modulation périodique d'indice, se propageant dans le milieu à la vitesse de l'onde acoustique :

$$\Delta n = -\frac{n_z^3}{2}p_1S_{zz}(z, t) \quad (5.22)$$

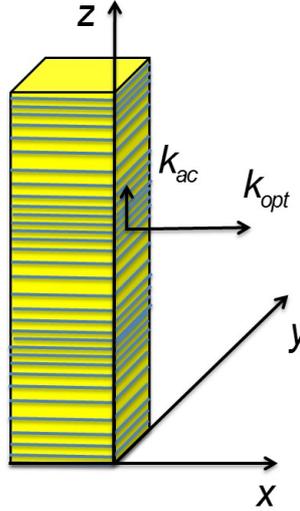


FIGURE 5.2 – Configuration des vecteurs d'onde optique et acoustique.

Si l'onde acoustique est plane, cette variation d'indice s'exprime en fonction de son intensité

$$\Delta n_z = \Delta n_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}z) \text{ avec } \Delta n_0 = -\frac{n_z^3}{2}p_1\sqrt{\frac{2I_{ac}}{\rho v_{ac}^3}} \quad (5.23)$$

5.4 Représentation matricielle des tenseurs.

Des symétries d'origine thermodynamiques ou images des symétries cristallines permettent de réduire le nombre d'éléments indépendants d'un tenseur. Elle permettent aussi de représenter sous forme matricielle (dite forme contractée), des tenseurs à 3 ou 4 indices.

5.4.1 Symétries thermodynamiques.

L'effet photo-élastique apparaît comme un tenseur de rang 4, comportant 81 composantes et défini par la relation :

$$\Delta\eta_{ij} = \sum_{k,l=x,y,z} p_{ijkl} S_{kl} \quad (5.24)$$

Cependant, $[\epsilon]$ et $[\eta]$ sont des tenseurs symétriques et il en est de même pour :

$$\forall i, j \quad S_{ij} = S_{ji} \quad (5.25)$$

La contraction appliquée à $[\epsilon]$ s'applique aussi à $[S]$ qui est symétrique par définition (voir 5.4). Ces deux tenseurs peuvent donc être représentés chacun par un vecteur à 6 composantes. La relation 5.24 permet d'écrire par exemple :

$$\begin{aligned} \Delta(\eta_1) &= p_{1111}S_1 + p_{1122}S_2 + p_{1133}S_3 \\ &+ (p_{1112} + p_{1121})S_6 + (p_{1113} + p_{1131})S_5 \\ &+ (p_{1123} + p_{1132})S_4 \end{aligned} \quad (5.26)$$

Or nous avons aussi montré que la symétrie de $[S]$ et $[\epsilon]$ impliquent les conditions ($p_{ijkl} = p_{jikl} = p_{ijlk} = p_{jilk}$) sur les coefficients du tenseur photo-élastique. On peut donc utiliser la même convention pour contracter séparément les deux couples d'indices (i, j) et (k, l) .

En posant

$$\begin{aligned} p_{mn} &= p_{ijkl}, & \text{si } m \text{ et } n &= 1, 2, 3 \\ p_{mn} &= 2p_{ijkl}, & \text{si } n &= 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (5.27)$$

on obtient

$$\Delta(\eta_1) = p_{11}S_1 + p_{12}S_2 + p_{13}S_3 + p_{14}S_4 + p_{15}S_5 + p_{16}S_6$$

– **Conclusion :** Le tenseur photo-élastique d'ordre 4 peut être représenté par une matrice p (6x6) telle que :

$$\Delta(\eta_i) = \sum_j p_{ij} S_j \quad (5.28)$$

Les éléments de la matrice p sont liés à ceux du tenseur $[p]$ par la relation (5.27). Pour décrire la perturbation d'un matériau photo-élastique par une onde acoustique, on écrira :

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_S = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \end{bmatrix}_{S=0} + \begin{bmatrix} p_{11} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & p_{16} \\ \bullet & & & & & \bullet \\ p_{61} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & p_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

– Ce résultat est indépendant du matériau considéré.

5.4.2 Symétries cristallines

Le nombre de coefficients tensoriels indépendants est encore réduit par les symétries du cristal. En effet, toutes les transformations géométriques par lesquelles la structure du cristal reste identique à elle-même doivent être sans effet sur les tenseurs qui le caractérisent. On obtient ainsi un certain nombre de relations supplémentaires. Pour chaque classe de symétrie, la forme de chaque tenseur peut ainsi être définie. Ces tenseurs sont donnés en annexe 3 (reprise de Nye), pour les 32 classes cristallographiques. Les valeurs des coefficients non nuls doivent ensuite être déterminées expérimentalement pour chaque matériau.

Chapitre 6

Diffraction par un réseau d'indice.

Nous nous limiterons ici aux modèles élémentaires de la théorie scalaire de la diffraction. Le but recherché sera simplement une familiarisation avec les différents régimes de diffraction (Raman-Nath et Bragg) rencontrés dans les dispositifs optoélectroniques utilisant des réseaux aussi bien statiques que dynamiques pour défléchir ou moduler un faisceau de lumière. Une présentation élémentaire introduira l'importance de l'épaisseur du réseau. La théorie des ondes couplées de Kogelnik sera ensuite développée pour donner une assise plus solide aux notions ainsi introduites et introduire de façon quantitative la notion de sélectivité de Bragg (sélectivité angulaire et en longueur d'onde), utilisée ensuite.

6.1 Notions élémentaires sur les réseaux

6.1.1 Le réseau mince en optique de Fourier

Soit un matériau transparent. La propagation d'une onde acoustique selon x , y induit, par effet photoélastique, une modulation d'indice de réfraction :

$$n = n_0 + n_1 \cos(\omega_{ac}t - k_{ac}x) \quad (6.1)$$

avec

$$\omega_{ac} = 2\pi f_{ac} \text{ et } k_{ac} = 2\pi/\lambda_{ac} = 2\pi f_{ac}/v_{ac} \quad (6.2)$$

où f_{ac} est la fréquence acoustique et v_{ac} la vitesse du son dans le matériau. Dans l'eau, par exemple, une onde acoustique a une vitesse de propagation $v_{ac} = 1,5 \text{ km s}^{-1}$. Pour une fréquence $f_{ac} = 20 \text{ MHz}$, le réseau induit a une période $\lambda_{ac} = 75 \mu\text{m}$. n_0 est l'indice moyen du milieu et n_1 est l'amplitude de modulation de l'indice du réseau

L'équation (6.1) est la généralisation de celle qui décrit un réseau statique, tel que l'hologramme de deux ondes planes :

$$n = n_0 + n_1 \cos k_r x \quad (6.3)$$

Amplitude diffractée par un réseau mince statique

Considérons un milieu d'épaisseur d dans la direction z et infiniment étendu dans les directions x et y .

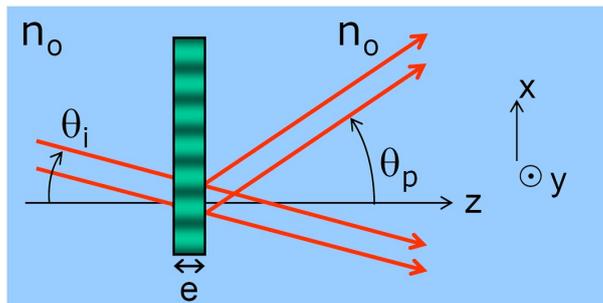


FIGURE 6.1 – Diffraction d'une onde plane par un réseau mince statique

Son indice de réfraction est modulé spatialement selon la relation (6.3). Il est éclairé par une onde plane monochromatique de pulsation $\omega_i = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ se propageant en faisant un angle θ_i avec Oz (les angles sont algébriques). En l'absence de réseau, l'amplitude complexe de cette onde s'écrit :

$$A(x, z, t) = A_0 \cdot e^{-i\omega_i t} \cdot e^{ik_i(z \cos \theta_i + x \sin \theta_i)} \quad \text{pour } y < 0 \quad (6.4)$$

avec

$$\vec{k}_i = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \begin{cases} \sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{cases} = k_0 n_0 \begin{cases} \sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{cases} = k_i \begin{cases} \sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{cases}$$

Supposons que l'on puisse négliger les effets de propagation à l'intérieur du réseau. Il agit, en première approximation, comme une lame infiniment mince qui introduit un déphasage spatialement variable sur l'onde incidente. L'amplitude de l'onde transmise, périodique en x , s'écrit à une phase constante près :

$$A'(x, t) = A(x, z, t) e^{ik_0 \frac{n_0 e}{\cos \theta_i}} e^{ik_0 \frac{n_1 e}{\cos \theta_i} \cos k_r x} \quad \text{pour } z > 0 \quad (6.5)$$

Cette amplitude diffractée par le réseau peut être exprimée comme une somme d'ondes planes (6.5) (bien que l'on ne sache pas très bien ce que recouvre cette hypothèse du réseau mince), en utilisant (6.1) :

$$A'(x, z, t) = A(x, z, t) e^{ik_0 \frac{n_0 e}{\cos \theta_i}} e^{i\Phi_1 \cos k_r x} \quad (6.6)$$

avec

$$\Phi_1 = k_0 \frac{n_1 e}{\cos \theta_i} \quad (6.7)$$

et la relation :

$$e^{i[\Phi_1 \cos u]} = \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} (i)^p J_p(\Phi_1) e^{ipu} \quad (6.8)$$

où les $J_p(\Phi_1)$ sont les fonctions de Bessel d'ordre p de la variable Φ_1 .

On obtient

$$A'(x, z, t) = A_0 e^{ik_0 \frac{n_0 e}{\cos \theta_i}} \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} (i)^p J_p(\Phi_1) e^{-i\omega_i t} \cdot e^{i[k_i(z \cos \theta_i + x \sin \theta_i) + pk_r x]}. \quad (6.9)$$

La vibration lumineuse transmise est donc une superposition d'ondes planes d'amplitudes différentes qui se propagent dans des directions différentes. La relation (6.9) définit les intensités I_p des ondes diffractées en fonction de celle I_{inc} de l'onde incidente.

$$I_p = I_{inc} \cdot J_p^2(\Phi_1) \quad (6.10)$$

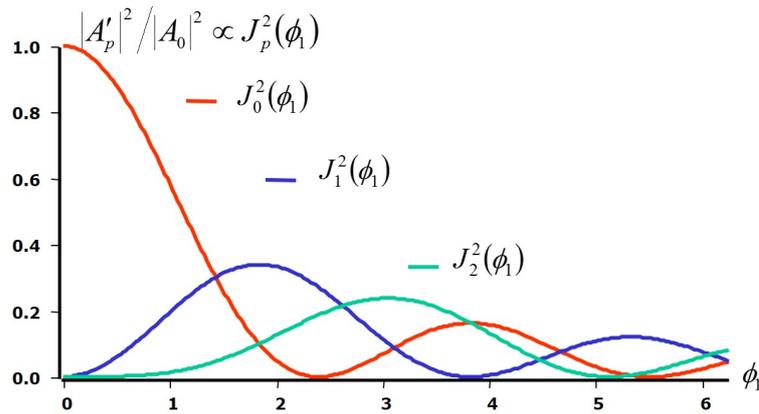
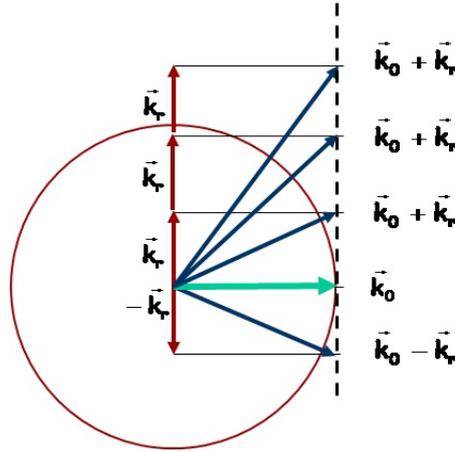


FIGURE 6.2 – Efficacités de diffraction d'un réseau mince d'indice sinusoidal.

Quelle que soit la modulation de chemin optique introduite, l'existence des autres ordres limite l'efficacité à 33%, valeur maximum de la fonction de Bessel d'ordre 1. C'est dans l'ordre 1 que la plus grande efficacité peut être obtenue

Le vecteur d'onde de l'onde d'ordre p s'écrit :

$$\vec{k}_p = \vec{k}_i + p \cdot \vec{k}_r \quad (6.11)$$

FIGURE 6.3 – Défaut de conservation du nombre d'onde. Ici, on a pris $\theta_i = 0$.

Cette relation ne peut être qu'approchée car, comme l'illustre la figure suivante, elle ne conserve pas $\|\vec{k}_p\|$.

Il sera donc indispensable de revenir sur la notion de réseau mince, de façon à mieux définir les approximations qu'elle implique.

Amplitude diffractée par un réseau mince dynamique

Les différentes notions introduites dans le paragraphe précédent peuvent être simplement transcrites dans le cas de réseaux dynamiques tels que ceux inscrits par effet acousto-optique.

L'équation (6.5) s'écrit simplement

$$A'(x, t) = A(x, z, t) e^{ik_0 \frac{n_0 e}{\cos \theta_i}} e^{ik_0 \frac{n_1 e}{\cos \theta_i} \cos(\omega_{ac} t - k_{ac} x)} \quad \text{pour } y > 0$$

Le terme en $(\omega_{ac} t - k_{ac} x)$ indique qu'en chaque point, la phase varie dans le temps, mais qu'elle reste identique à chaque instant pour tous les points homologues du réseau, c'est à dire distants de $\lambda_{ac} = \frac{2\pi}{k_{ac}}$. La formule des réseaux reste donc inchangée : la mobilité du réseau ne modifie pas les directions de diffraction. De la même façon, la relation (6.9) devient

$$A'(x, z, t) = A_0 e^{ik_0 \frac{n_0 e}{\cos \theta_i}} \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} (i)^p J_p(\Phi_1) e^{-i(\omega_i - p\omega_{ac})t} \cdot e^{i[k_i(z \cos \theta_i + x \sin \theta_i) - p k_{ac} x]}$$

On remarque immédiatement que si les vecteurs d'ondes diffractés s'écrivent toujours $\vec{k}_p = \vec{k}_i + p \cdot \vec{k}_{ac}$ comme dans le cas des réseaux fixes, **les ondes diffractées dans des directions différentes ont des fréquences différentes :**

$$\omega_p = \omega_i + p \cdot \omega_{ac} \quad (6.12)$$

C'est une caractéristique d'un réseau mobile tel que celui obtenu par effet acousto-optique. Ce décalage en fréquence est essentiel dans bien des applications.

6.1.2 Le réseau mince statique - Point de vue interférentiel

Formule des réseaux

Considérons dans le plan (x, y) un écran fixe opaque infiniment mince percé de lignes transparentes infiniment minces parallèles à la direction x et distantes de λ_r .

Le principe de Huygens-Fresnel permet de considérer chaque point d'un "trait" transparent du réseau comme une source ponctuelle émettant une onde sphérique avec une phase relative définie par la relation (6.5). Cette relation montre que tous les points distants selon z d'un multiple de $\lambda_r = \frac{2\pi}{k_r}$ émettent des **ondes sphériques** dont on connaît la phase.

Établissons la condition pour que ces points rayonnent une **onde plane** dans une direction définie par l'angle θ_p . Le retard en chemin optique (figure VII-3) entre deux ondes diffractées dans cette direction par deux points consécutifs vaut

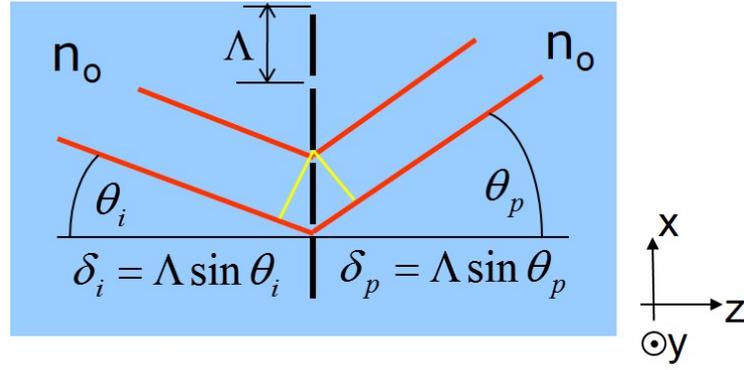


FIGURE 6.4 – Etablissement de la formule des réseaux. θ_i et θ_p sont les valeurs algébriques des angles. Ici $\theta_i < 0$ et $\theta_p > 0$

$$\delta = \lambda_r (\sin \theta_p - \sin \theta_i)$$

Il ne peut y avoir d'interférences constructives dans une direction θ_p que si les ondes planes qui se propagent dans cette direction sont en phase. δ doit donc être un multiple de la longueur d'onde :

$$\lambda_r (\sin \theta_p - \sin \theta_i) = p \lambda = p \frac{\lambda_0}{n_0} \quad (p \text{ entier relatif}).$$

Les seules directions de diffraction autorisées sont alors définies par la relation suivante, dite “**formule des réseaux**” :

$$\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{\lambda_r} \quad (6.13)$$

Elle s'applique à tous les ensembles de points source périodiquement espacés de λ_r , que l'on peut définir sur l'onde transmise par le réseau. Elle montre que, pour une valeur quelconque de l'angle d'incidence θ_i , un réseau de période λ_r ne peut diffracter de la lumière que dans les directions θ_p définies par (6.13) et vérifiant la condition

$$-1 \leq \sin \theta_p \leq 1$$

Formule des réseaux et vecteurs d'onde

Si l'on ajoute à la relation (6.13), la relation¹

$$\forall p \in N, \|\vec{k}_p\| = \|\vec{k}_i\| = k_0 n_0, \quad (6.14)$$

alors on peut construire, sur un cercle de rayon k_i , les vecteurs d'onde des ondes diffractées, en ajoutant autant de fois que possible \vec{k}_r à la projection de \vec{k}_i sur Ox .

La relation (6.13) peut s'écrire

$$k_i \sin \theta_p = k_i \sin \theta_i + p k_r$$

C'est la projection sur Oz de la relation vectorielle :

$$\vec{k}_p = \vec{k}_i + p \vec{k}_r \quad (p \text{ entier}) \quad (6.15)$$

Effet de l'épaisseur dans les réseaux statiques

En première approximation, un réseau épais infiniment étendu peut être traité comme un empilement de réseaux minces. L'amplitude diffractée dans un ordre p est la somme cohérente des contributions de ces couches infinitésimales. Considérons les amplitudes dA_1 et dA_2 rayonnées par les deux couches extrêmes distantes de z (voir figure 6.6) d'un réseau épais éclairé en incidence normale ($\theta_i = 0$).

1. Cette relation est une conséquence de ce que :

- a) les ondes incidentes et diffractées ont la même fréquence,
- b) l'indice de réfraction est supposé ne pas dépendre ici de la direction de propagation.

Nous verrons que dans le cas d'un réseau mobile, la première condition est approximativement vérifiée. La seconde hypothèse peut être fautive dans un milieu anisotrope. Nous y reviendrons.

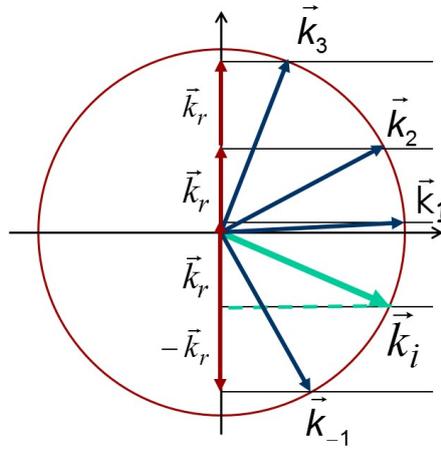
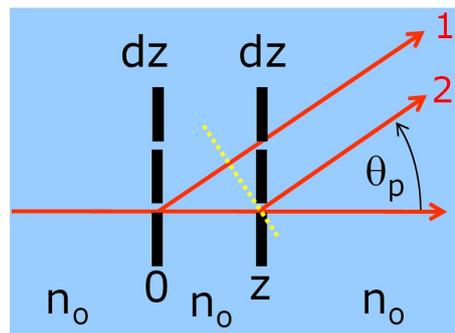


FIGURE 6.5 – Construction des vecteurs d'onde des ondes diffractées par un réseau mince.

FIGURE 6.6 – Réseau composé de deux réseaux minces distants de z .

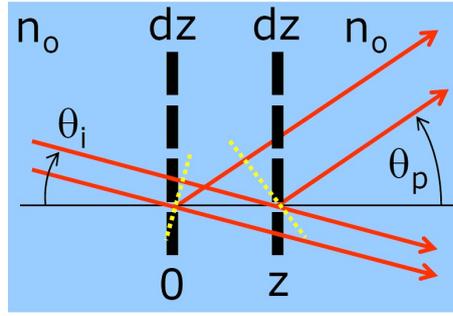


FIGURE 6.7 – Décomposition d'un réseau épais en un empilement de réseaux minces.

Elles sont déphasées l'une par rapport à l'autre, de

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \cos\theta_p) z$$

où l'angle θ_p est mesuré dans le milieu d'indice n_0 qui baigne le réseau, tout comme la longueur d'onde λ . Si $\lambda \ll \lambda_r$, l'angle de déviation est faible ($\theta_p \ll 1$) et l'on peut écrire en utilisant la formule des réseaux :

$$\delta\varphi \approx \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\theta_p^2}{2} z \approx \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{\lambda_r} \right)^2 p^2 z \quad (6.16)$$

Tant que z reste faible, il en est de même de $\delta\varphi$ et les deux ondes interfèrent de façon constructive. Ces interférences sont cependant destructives dès que $\delta\varphi = \pi$. On peut donc définir une épaisseur critique l_c du réseau à partir de laquelle cela se produit dans un ordre p donné.

$$l_c = \frac{\lambda_r^2}{p^2 \lambda} = n_0 \frac{\lambda_r^2}{p^2 \lambda_0} \quad (6.17)$$

Tout accroissement supplémentaire de l'épaisseur se traduit par une diminution de l'efficacité dans cet ordre. Les ordres élevés disparaissent les premiers, et l'épaisseur critique est maximale dans l'ordre 1.

Exemple :

pour un réseau de pas $\lambda_r = 75\mu m$ dans un milieu d'indice 1,5 éclairé par une onde monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,5\mu m$, l'épaisseur critique dans l'ordre 1 est de l'ordre de $l_c = 17 mm$

- Le calcul du paragraphe précédent n'est donc valable que pour une épaisseur $e \ll l_c$, qui permet de négliger les déphasages entre les ondes diffractées par les différentes couches du réseau. Cela conduit à de nombreux ordres de diffraction. C'est le **régime de diffraction de Raman-Nath**.
- Au contraire, lorsque $e \gg l_c$, il semble qu'il puisse ne plus exister d'ordre diffracté. Nous montrerons qu'il en existe un unique pour certaines incidences particulières. C'est le **régime de diffraction de Bragg**.

6.1.3 Le réseau statique épais du point de vue interférentiel

Addition cohérente des ondes diffractées

Considérons un réseau épais, découpé pour les besoins du calcul en tranches élémentaires (voir figure 6.7). Pour chacune d'elles, les directions de diffraction sont données par la formule des réseaux

$$\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{\lambda_r} \quad (6.18)$$

où θ_p et θ_i sont les angles des faisceaux à l'intérieur du milieu d'indice moyen n_0 .

La différence de marche entre les rayons diffractés dans la direction de l'ordre p par deux couches distantes de z s'écrit :

$$\delta = n_0 z (\cos\theta_i - \cos\theta_p) \quad (6.19)$$

Soit $a(\theta_p)$ l'amplitude diffractée dans la direction θ_p par une tranche de réseau d'épaisseur dz . Si $a(\theta_p)$ est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger l'atténuation de l'onde incidente au cours de sa traversée du réseau, $a(\theta_p)$ reste identique pour toute valeur de z et l'amplitude totale diffractée par un réseau d'épaisseur d s'écrit

$$A(\theta_p) = \int_0^d a(\theta_p) e^{ik_i z (\cos\theta_i - \cos\theta_p)} dz \quad (6.20)$$

soit

$$A(\theta_p) = a(\theta_p)d \frac{\sin \pi d/\xi}{\pi d/\xi} e^{-i\pi d/\xi} \quad \text{avec} \quad \xi \equiv \frac{\lambda}{\cos \theta_i - \cos \theta_p} \quad (6.21)$$

L'accroissement d'amplitude diffractée obtenue en augmentant l'épaisseur d est donc tempéré par un terme multiplicatif $\frac{\sin \pi d/\xi}{\pi d/\xi}$ inférieur à l'unité, en même temps qu'un déphasage $\pi d/\xi$ apparaît. ξ est l'épaisseur critique précédemment définie ($\tilde{\Lambda}$ un facteur 2 près).

- Si l'épaisseur d peut être considérée comme faible ($d \ll \xi$), pour toute valeur de θ_i et θ_p , $\frac{\sin \pi d/\xi}{\pi d/\xi} \approx 1$ et l'on retrouve le cas du réseau mince.
- Si l'épaisseur d augmente ($d \geq \xi$), l'amplitude diffractée diminue pour toutes les valeurs de θ_i et θ_p sauf pour celles telles que

$$\cos \theta_p = \cos \theta_i \quad (6.22)$$

Dans ce cas,

$$\xi \rightarrow \infty \quad \text{et} \quad \forall d, \quad \frac{\sin \pi d/\xi}{\pi d/\xi} \approx 1$$

Elles doivent vérifier en outre la formule des réseaux $\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{\lambda_r}$.

Condition de Bragg

Le calcul approché précédent montre que dans un réseau épais, seules peuvent exister les ondes se propageant dans les directions θ_p vérifiant les deux conditions

$$\sin \theta_p = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{\lambda_r} \quad \text{et} \quad \cos \theta_p = \cos \theta_i.$$

- Une première solution est obtenue pour

$$\theta_p = \theta_i$$

et correspond à $p = 0$. C'est le faisceau directement transmis, qui existe quelle que soit la direction du faisceau incident.

- Il existe une autre solution définie par

$$\theta_p = -\theta_i \quad \text{et} \quad \sin \theta_i = -p \frac{\lambda}{2\lambda_r}$$

C'est l'onde diffractée. Elle est unique et n'existe que pour un choix convenable d'incidences du faisceau de lecture.

Ce régime de diffraction, dit de Bragg, est caractérisé par les propriétés suivantes dans les matériaux isotropes :

- La direction du faisceau incident sur le réseau est imposée.
- Outre le faisceau transmis, il n'existe qu'un faisceau diffracté.
- Ces faisceaux sont symétriques par rapport aux traits du réseau.

On appelle angle de Bragg, l'angle θ_B défini par

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\lambda_r} \quad (6.23)$$

- Si l'angle d'incidence est choisi tel que $\sin \theta_i = -\sin \theta_B$ l'onde diffractée correspond à l'ordre +1 et elle est telle que $\theta_1 = -\theta_i$.
- Si l'angle d'incidence est choisi tel que $\sin \theta_i = \sin \theta_B$ l'onde diffractée correspond à l'ordre -1 et elle est telle que $\theta_{-1} = \theta_i$.
- Si l'on revient à l'exemple de l'effet acousto-optique dans l'eau, les angles d'incidence et de diffraction restent faibles ($\lambda \ll \lambda_{ac}$) :

$$\left. \begin{array}{l} n_0 = 1,33 \\ \lambda_{ac} = 75\mu m \\ \lambda_0 = 0,5\mu m \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_B = \left\{ \begin{array}{l} 0,14^\circ \\ 2,5 \cdot 10^{-3} rad \end{array} \right.$$

L'angle de Bragg θ_B dépend de la longueur d'onde optique et du pas du réseau (c'est à dire de la longueur d'onde acoustique dans le cas de l'effet acousto-optique). Tout écart par rapport à θ_B se traduit par une chute d'efficacité.

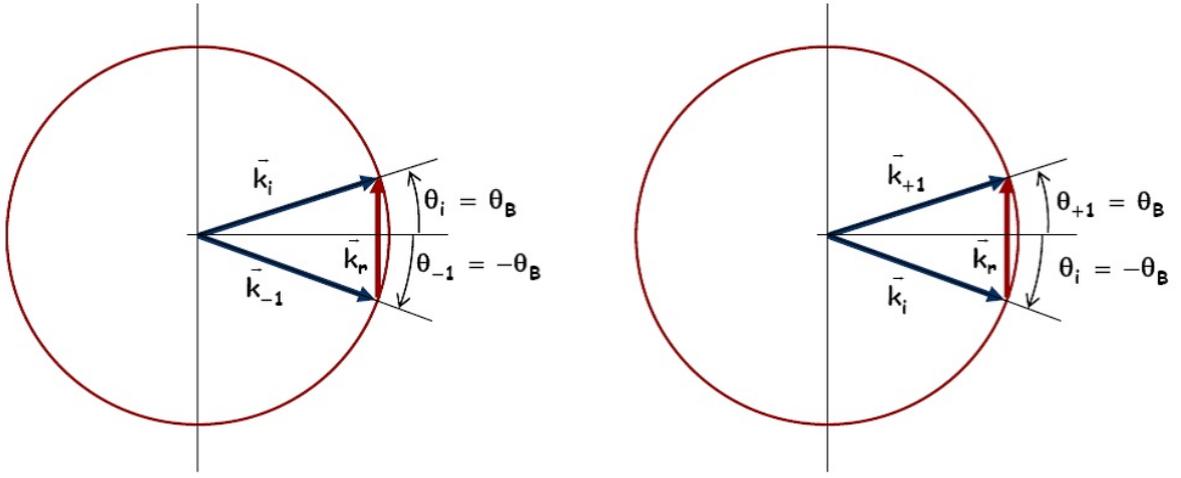


FIGURE 6.8 – Conditions d'accord de Bragg pour les ordres +1 et -1, dans un milieu isotrope.

Condition de Bragg et vecteur d'onde

Nous avons montré que la formule des réseaux était la projection sur la direction du vecteur réseau \vec{k}_r , de la relation

$$\vec{k}_p = \vec{k}_i + p \cdot \vec{k}_r. \quad (6.24)$$

Le fait d'introduire l'addition cohérente d'ondes diffractées qui résulte de l'épaisseur du réseau, introduit une nouvelle relation (6.22) qui est la projection dans la direction perpendiculaire à \vec{k}_r de la même relation.

Dans un réseau épais, cette relation vectorielle doit donc être vérifiée par les ondes diffractées. Il faut y ajouter des conditions sur les vecteurs d'ondes \vec{k}_p et \vec{k}_i qui indiquent que les ondes correspondantes vérifient l'équation de propagation dans le milieu :

$$\|\vec{k}_p\| = \frac{\omega_p}{c} n(\omega_p, \theta_p) \quad \text{et} \quad \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega_i}{c} n(\omega_i, \theta_i) \quad (6.25)$$

Les conditions vectorielles (6.24) et (6.25) constituent la condition de Bragg. Dans le cas particulier d'un réseau statique les ondes incidentes et diffractées ont la même fréquence donc,

$$\|\vec{k}_p\| = \frac{\omega_i}{c} n(\omega_i, \theta_p) \quad \text{et} \quad \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega_i}{c} n(\omega_i, \theta_i)$$

Si de plus le milieu est isotrope, on retrouve le résultat :

$$\|\vec{k}_p\| = \|\vec{k}_i\| = \frac{\omega_i}{c} n_0$$

La condition de Bragg a alors une représentation graphique simple donnée par la figure suivante.

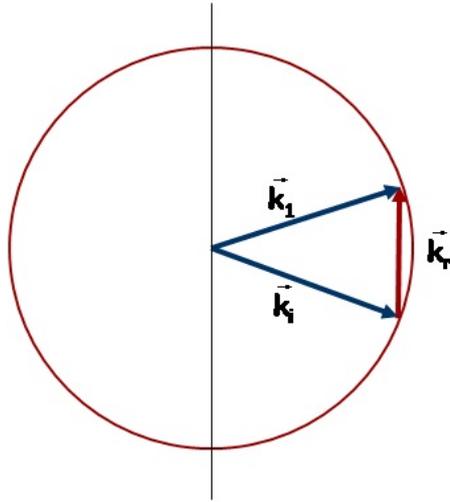


FIGURE 6.9 – Représentation géométrique de la condition de Bragg dans un milieu isotrope. On a ici satisfait la condition de Bragg pour l'ordre 1.

6.2 Théorie des ondes couplées dans les réseaux statiques épais.

Dans un très bel article² qui fait référence, H. Kogelnik a montré qu'il est possible, dans le cadre d'approximations raisonnables, de décrire la diffraction par un réseau épais, au voisinage de l'angle de Bragg, par la théorie des ondes couplées. Le modèle décrit des réseaux d'absorption aussi bien que d'indice, y compris dans le cas où l'efficacité est très forte. Nous en présenterons ici les principaux éléments en nous limitant au cas des réseaux fixes d'indice pur. Le cas du réseau mobile acousto-optique sera considéré ensuite en raison de son importance pratique.

On considère un réseau statique épais présentant une modulation sinusoïdale de l'indice de réfraction.

$$n = n_0 + n_1 \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \quad (6.26)$$

Le milieu est isotrope et son indice moyen n_0 est supposé identique à celui du milieu ambiant. Dans le cas contraire il y aurait lieu de tenir compte des interfaces (déviations des faisceaux et pertes par réflexion). On se place au voisinage du régime de Bragg. Il existe donc tout au plus deux ondes dans le réseau : une onde plane incidente de vecteur d'onde \vec{k}_i et une onde plane diffractée de vecteur d'onde \vec{k}_d .

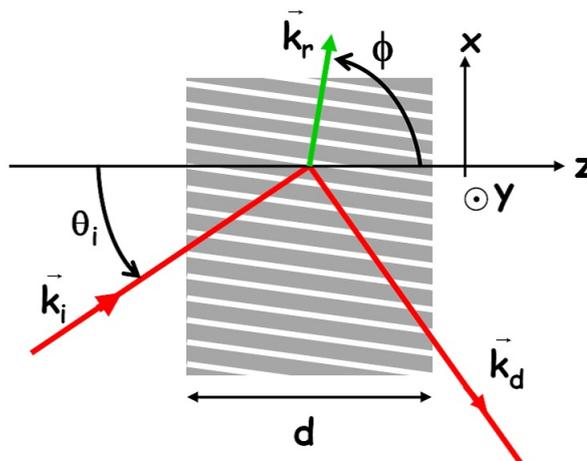


FIGURE 6.10 – Notations du modèle des ondes couplées

2. Herwig Kogelnik, Coupled wave theory for thick hologram gratings, The Bell System Technical Journal, 48, 2909, (1969)

6.2.1 Équation de propagation dans le réseau pour une onde incidente TE :

Le réseau est caractérisé par le vecteur d'onde \vec{k}_r perpendiculaire au plan des franges, contenu dans le plan (x, z) et qui forme un angle Φ avec l'axe z :

$$\vec{k}_r = \frac{2\pi}{\lambda_r} \begin{pmatrix} \sin \Phi \\ 0 \\ \cos \Phi \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

Son épaisseur est d selon z et il est supposé infiniment étendu dans les directions x et y . Il est invariant selon y . On le suppose constitué d'un milieu non magnétique ($\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$) de permittivité diélectrique relative ϵ_r faiblement modulée :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad \text{avec} \quad \epsilon_r = \epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \quad (6.28)$$

où

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \simeq 8,854188 \cdot 10^{-12} \text{F.m}^{-1} \text{ est la permittivité du vide}$$

alors :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_{r0} \vec{E} + \vec{P} \quad \text{avec} \quad \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \vec{E}, \quad (6.29)$$

où \vec{P} est la polarisation induite par le réseau lorsqu'il est éclairé par le champ \vec{E} .

Relation entre les réseaux d'indice et de permittivité

Si le réseau de permittivité diélectrique est défini par la relation 6.28, le réseau d'indice de réfraction est défini par

$$n^2 = \epsilon_r = \epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r})$$

on a donc, en limitant le développement au premier ordre :

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \simeq \sqrt{\epsilon_{r0}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r0}} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r}) \right)$$

par identification avec la relation 6.26, on trouve :

$$n_0 = \sqrt{\epsilon_{r0}} \quad \text{et} \quad n_1 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{r1}}{\sqrt{\epsilon_{r0}}}$$

Equation de propagation dans le réseau

Le champ électromagnétique qui se propage dans le milieu doit vérifier les quatre équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} r \vec{\text{rot}} \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \text{div} \left(\epsilon_0 \epsilon_{r0} \vec{E} + \vec{P} \right) &= 0 \\ r \vec{\text{rot}} \vec{H} &= \epsilon_0 \epsilon_{r0} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} & \text{div} \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (6.30)$$

L'équation de propagation du champ électrique est obtenue par calcul du double rotationnel.

Si l'on suppose le champ électrique total polarisé selon y , elle est scalaire car \vec{E} n'a qu'une composante E_y :

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad \text{avec} \quad k^2 = (\omega_i/c)^2 \left(\epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \right) \quad (6.31)$$

avec

$$k^2 = k_i^2 + 4K k_i \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \quad (6.32)$$

où on pose

$$K = \frac{\omega}{4c} \frac{\epsilon_{r1}}{\sqrt{\epsilon_{r0}}} \approx \frac{\pi}{\lambda_0} n_1 \quad (6.33)$$

K , proportionnel à la profondeur de modulation d'indice n_1 , est appelé constante de couplage. La raison en apparaîtra clairement dans le paragraphe suivant.

Vecteurs d'onde dans le réseau

Dans le régime de Bragg, on admet qu'il existe au plus deux ondes dans le milieu : une onde incidente d'amplitude $R(z)$ et l'onde diffractée d'amplitude $S(z)$. Elles interagissent dans l'épaisseur du réseau en échangeant progressivement leur amplitude au cours de leur propagation selon z . $R(z)$ et $S(z)$ varient donc lentement avec z . L'amplitude complexe du champ total s'écrit

$$E(x, z) = R(z)e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} + S(z)e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{r}} \quad (6.34)$$

où le vecteur d'onde \vec{k}_i est défini par

$$\vec{k}_i = k_i \begin{cases} \sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{cases}. \quad (6.35)$$

Supposons que l'on veuille calculer l'efficacité de diffraction du réseau dans l'ordre $p = \pm 1$ ³. Le vecteur \vec{k}_d est alors défini par

$$\vec{k}_d = \vec{k}_i + p\vec{k}_r = k_i \begin{cases} \sin \theta_i + p \frac{k_r}{k_i} \sin \Phi \\ 0 \\ \cos \theta_i + p \frac{k_r}{k_i} \cos \Phi \end{cases}. \quad (6.36)$$

$\Phi - \theta_i$ est l'angle entre \vec{k}_i et \vec{k}_r . Selon sa valeur, deux cas peuvent se présenter.

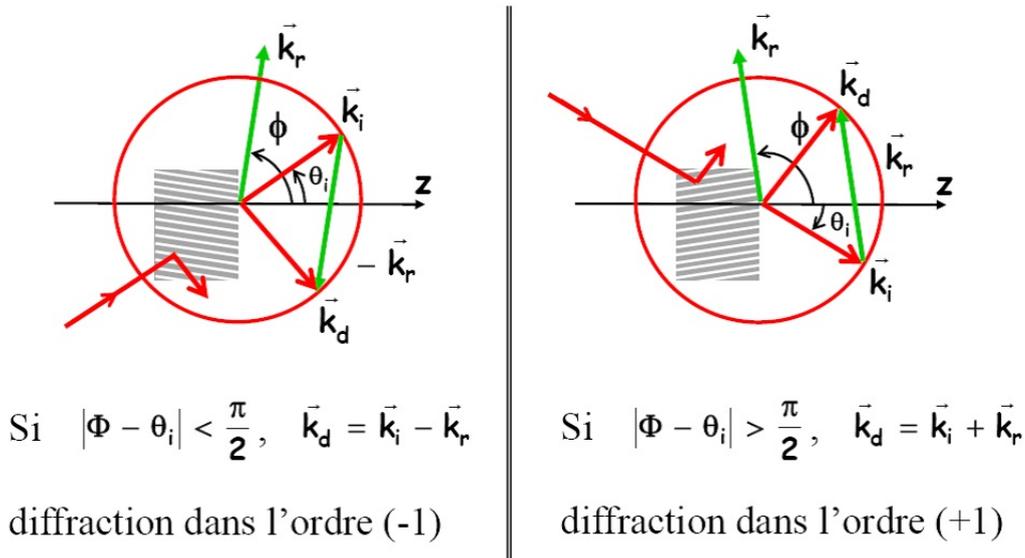


FIGURE 6.11 – Les deux configurations possibles pour être proche de la condition d'accord de Bragg

A partir de (6.36), on calcule :

$$|\vec{k}_d|^2 = k_i^2 \left[1 + \left(\frac{k_r}{k_i} \right)^2 + 2p \frac{k_r}{k_i} \cos(\Phi - \theta_i) \right] \quad (6.37)$$

La condition de Bragg est vérifiée si $|\vec{k}_d|^2 = k_i^2$ c'est à dire si :

$$\cos(\Phi - \theta_i) = -p \frac{k_r}{2k_i} \quad (6.38)$$

Equations couplées

En reportant (6.34) dans l'équation de propagation, et ne conservant que les termes en $e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$ et $e^{i\vec{k}_d \cdot \vec{r}}$ correspondant aux ondes susceptibles de se propager, on obtient deux équations différentielles couplées.

$$\left. \begin{aligned} R'' + 2ik_{iz}R' &= -2Kk_iS \\ S'' + 2ik_{dz}S' + (k_i^2 - k_d^2)S &= -2Kk_iR \end{aligned} \right\} \quad (6.39)$$

3. Attention : on ne sait pas calculer de diffraction autre que dans les ordres +1 et -1, dans ce modèle qui ne considère que la propagation de deux ondes en négligeant toutes les autres. Cela vient en particulier du fait que l'on néglige les diffractions multiples.

où les dérivées sont calculées par rapport à z et où apparaissent les carrés des modules, k_{iz} la composante de \vec{k}_i selon z et k_{dz} la composante de \vec{k}_d selon z .

Dans ces équations, K caractérise clairement le couplage entre les deux ondes : lorsque $K = 0$, les deux équations sont découplées et R et S évoluent indépendamment. La suite du calcul consiste à découpler ces équations par l'intermédiaire de l'approximation de l'enveloppe lentement variable (SVEA en anglais) et à les résoudre en tenant compte des conditions aux limites en $z = 0$ et $z = d$ sur $R(z)$ et $S(z)$.

Approximation de l'enveloppe lentement variable

On suppose que les enveloppes des deux ondes varient lentement au cours de la propagation dans le réseau. Cela s'écrit en disant

- que $R(z)$ et $S(z)$ varient peu sur une distance δz de l'ordre de λ :

$$\frac{\partial R}{\partial z} \lambda \ll R \text{ et } \frac{\partial S}{\partial z} \lambda \ll S$$

soit

$$\frac{\partial R}{\partial z} \ll k_i R \text{ et } \frac{\partial S}{\partial z} \ll k_d S$$

- que les dérivées premières de $R(z)$ et $S(z)$ varient peu sur une distance δz de l'ordre de λ :

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \ll k_i \frac{\partial R}{\partial z} \text{ et } \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \ll k_d \frac{\partial S}{\partial z}$$

On en déduit donc la relation :

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \ll k_i \frac{\partial R}{\partial z} \ll k_i^2 R \text{ et } \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \ll k_d \frac{\partial S}{\partial z} \ll k_d^2 S$$

Cela permet de négliger les dérivées secondes R'' et S'' par rapport aux autres termes dans les équations 6.39.

C'est l'**approximation de l'enveloppe lentement variable** que l'on rencontre aussi dans le domaine des lasers (modes gaussiens) et en optique non linéaire. En introduisant les constantes

$$C_i \triangleq \frac{k_{iz}}{k_i} \quad C_d \triangleq \frac{k_{dz}}{k_d} \quad \Delta k \triangleq \frac{k_i^2 - k_d^2}{2k_i} \simeq k_i - k_d \quad (6.40)$$

on obtient alors

$$\left. \begin{aligned} C_i R' &= iKS \\ C_d S' - i\Delta k S &= iKR \end{aligned} \right\} \quad (6.41)$$

Les relations (6.35), (6.36) et (6.37) permettent d'obtenir les expressions suivantes des paramètres

$$C_i = \cos \theta_i \quad C_d = \cos \theta_i + p \frac{k_r}{k_i} \cos \Phi \quad \Delta k = -p k_r \cos(\Phi - \theta_i) - \frac{k_r^2}{2k_i} \quad (6.42)$$

La condition d'accord de Bragg est vérifiée (voir 6.38) si

$$\Delta k = 0 \quad (6.43)$$

Solutions générales des équations couplées

Les équations (6.41) sont aisément découplées en les dérivant par rapport à z . On trouve :

$$\begin{aligned} C_i C_d R'' - i\Delta k C_i R' + K^2 R &= 0 \\ C_i C_d S'' - i\Delta k C_i S' + K^2 S &= 0 \end{aligned} \quad (6.44)$$

Les solutions générales de ces équations de second ordre identiques sont de la forme :

$$\left. \begin{aligned} R(z) &= r_1 e^{\gamma_1 z} + r_2 e^{\gamma_2 z} \\ S(z) &= s_1 e^{\gamma_1 z} + s_2 e^{\gamma_2 z} \end{aligned} \right\} \text{ avec } \gamma_{1,2} = i \left[\frac{\Delta k}{2C_d} \pm \sqrt{\frac{\Delta k^2}{4C_d^2} + \frac{K^2}{C_i C_d}} \right] \quad (6.45)$$

En insérant les relations (6.45) dans (6.41), on obtient les relations suivantes entre les différentes constantes

$$\begin{aligned} C_i \gamma_1 r_1 &= iK s_1 & (C_d \gamma_1 - i\Delta k) s_1 &= iK r_1 \\ C_i \gamma_2 r_2 &= iK s_2 & (C_d \gamma_2 - i\Delta k) s_2 &= iK r_2 \end{aligned} \quad (6.46)$$

Lorsque l'angle d'incidence θ_i est égal à l'angle de Bragg θ_B , la constante Δk (voir 6.38) disparaît de ces équations.

Conditions aux limites

Si l'on suppose que

- l'on vient lire le réseau avec une unique onde d'amplitude R_0
 - que l'on observe l'onde diffractée par transmission ($C_d > 0$ et $k_{dz} > 0$)
- alors on doit imposer, en $z = 0$, les conditions aux limites suivantes sur les amplitudes

$$R(0) = R_0 \text{ et } S(0) = 0 \quad (6.47)$$

Par report dans (6.45), on obtient

$$r_1 + r_2 = R_0 \quad , \quad s_1 + s_2 = 0 \quad \text{et} \quad s_1 = -s_2 = i \frac{K \cdot R_0}{C_d(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (6.48)$$

Amplitude diffractée

On obtient alors l'amplitude de l'onde diffractée en sortie du réseau ($z = d$) ,

$$S(d) = i \exp i\xi \cdot R(0) \cdot \sqrt{\frac{C_i}{C_d}} \cdot \frac{\nu}{\sqrt{\xi^2 + \nu^2}} \sin \sqrt{\xi^2 + \nu^2} \quad (6.49)$$

avec

$$\xi = \frac{\Delta k \cdot d}{2C_d} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{K \cdot d}{\sqrt{C_i \cdot C_d}} = \frac{\pi \cdot n_1 \cdot d}{\lambda_0 \sqrt{C_i \cdot C_d}} \quad .$$

Le résultat (6.49) appelle un certain nombre de remarques :

- L'amplitude diffractée par un réseau de phase est toujours en quadrature avec l'amplitude incidente (facteur i).
- L'écart par rapport à la condition de Bragg, caractérisé par la quantité ξ , introduit un déphasage supplémentaire et diminue l'amplitude diffractée.

6.2.2 Efficacité de diffraction

On définit l'efficacité de diffraction de ce réseau infiniment étendu, par le rapport

$$\eta \triangleq \frac{\text{Flux diffracté à travers } \Sigma}{\text{Flux incident sur } \Sigma}$$

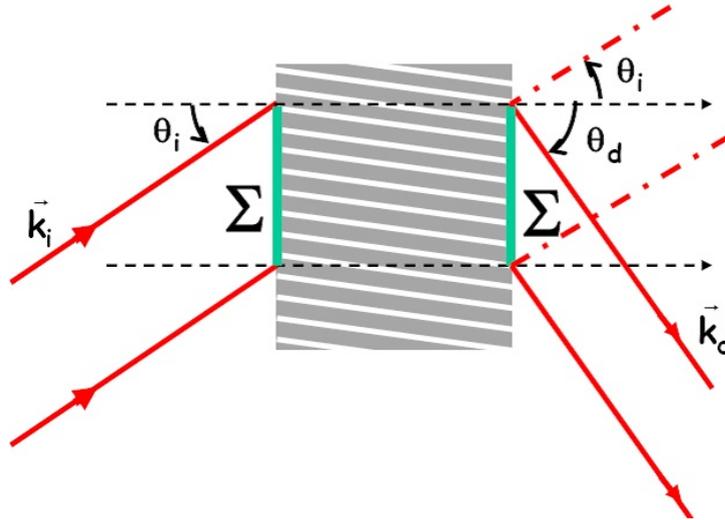


FIGURE 6.12 – Calcul des flux incidents et diffractés

soit

$$\eta = \frac{\Sigma |C_d| S(d) S^*(d)}{\Sigma |C_i| R(0) R^*(0)}$$

Pour un réseau épais présentant uniquement une modulation d'indice

$$n = n_0 + n_1 \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r}$$

l'efficacité de diffraction au voisinage de la condition de Bragg, vaut :

$$\eta = \frac{\nu^2}{\xi^2 + \nu^2} \sin^2 \sqrt{\xi^2 + \nu^2} \quad (6.50)$$

avec

$$\nu = \frac{\pi n_1 \cdot d}{\lambda_0 \sqrt{C_i C_d}} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{\Delta k \cdot d}{2 C_d} \quad (6.51)$$

et

$$C_i = \cos \theta_i \quad (6.52)$$

$$C_d = \cos \theta_i + p \frac{k_r}{k_i} \cos \Phi \quad (6.53)$$

et

$$\Delta k = -k_r \left(p \cos (\Phi - \theta_i) + \frac{k_r}{2k_i} \right) \quad (6.54)$$

A l'angle de Bragg :

La quantité ξ (proportionnelle à Δk) caractérise l'écart à la condition de Bragg. Si cette condition est vérifiée, la relation (6.38) implique que Δk et donc ξ sont nuls. L'efficacité s'écrit alors :

$$\eta = \sin^2 |\nu| = \sin^2 \frac{\pi}{\lambda_0} \frac{n_1 d}{\sqrt{C_i C_d}} \quad (6.55)$$

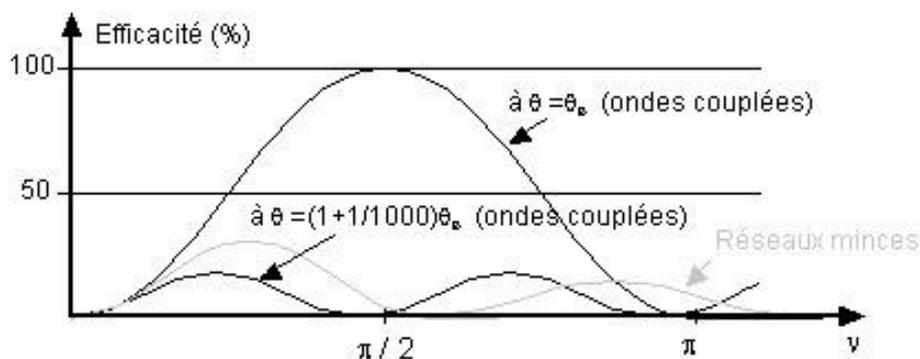


FIGURE 6.13 – Effet d'un désaccord et comparaison des prévisions avec le modèle des réseaux minces

Sur la courbe ci-dessus, on a tracé les variations de l'efficacité en fonction de ν . Les valeurs numériques utilisées ici sont : $\lambda_0 = 0,633 \mu\text{m}$, $\lambda_r = 10 \mu\text{m}$, $n_0 = 1,5$, $n_1 = 10^{-4}$. L'angle de Bragg vaut donc $\theta_B = 1,2$ degrés

L'efficacité augmente sinusoidalement avec l'épaisseur (voir figure ci dessus). Elle part de 0 pour atteindre un maximum de 100% lorsque $\nu = \pi/2$, c'est à dire $n_1 \cdot d = 2\lambda_0 \sqrt{C_i C_d}$. Pour cette valeur de la modulation d'épaisseur optique $n_1 \cdot d$ du réseau, l'onde R a une amplitude nulle en sortie. Si $n_1 \cdot d$ augmente au delà de cette valeur, l'onde S (qui vérifie elle-même la condition de Bragg pour l'ordre opposé) est cette fois diffractée pour reformer l'onde R. C'est pourquoi l'efficacité décroît.

Hors de l'angle de Bragg :

L'efficacité oscille de façon similaire lorsque l'on augmente l'épaisseur, mais le maximum de 100% n'est jamais atteint, même pour de faibles désaccords à l'angle de Bragg (sur la figure, $|\theta_i - \theta_B| < \theta_B/10$). En effet, l'amplitude de l'oscillation est indépendante de l'épaisseur d du réseau et elle chute d'un facteur 2 dès que

$$\nu = \xi \text{ soit } \Delta k = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{C_d}{C_i}} \quad (6.56)$$

L'efficacité est d'autant plus sensible au désaccord par rapport à la condition de Bragg, que la modulation d'indice n_1 est faible.

La figure ci-dessus permet aussi de comparer les prévisions du modèle des réseaux minces et de la théorie des ondes couplées, se rejoignant lorsque la modulation de phase introduite par le réseau est faible.

6.2.3 Conditions de validité de la théorie

Le modèle des ondes couplées donne l'amplitude de l'onde diffractée en régime de transmission, par un réseau constitué d'un matériau non absorbant et isotrope, ne présentant qu'une modulation d'indice de réfraction et éclairé par une onde plane, polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Il s'applique aussi aux réseaux par réflexion et à tous les matériaux isotropes, absorbants ou non, présentant des modulations spatiales d'absorption, comme d'indice de réfraction. On se reportera à l'article de H. Kogelnik pour une expression des résultats dans ces autres cas.

Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes :

- Il suppose que l'absorption et les échanges d'amplitude entre les deux ondes sont très faibles sur des distances de l'ordre de la longueur d'onde (approximation de l'enveloppe lentement variable). Cela est généralement bien vérifié.
- L'indice moyen du réseau est le même que celui du milieu ambiant. Si ce n'est pas le cas, il faut tenir compte des lois de Descartes pour définir tous les angles dans le milieu.
- Le calcul n'est valable que pour une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. H. Kogelnik indique cependant que pour décrire le cas d'ondes R et S de polarisations \vec{r} et \vec{s} , il suffit de remplacer la constante de couplage K par une constante réduite $K' = K \cdot (\vec{r} \cdot \vec{s})$ qui s'écrit $K' = -K \cdot \cos 2(\theta_i - \Phi)$ lorsque les polarisations sont dans le plan d'incidence.
- La théorie des ondes couplées ne sait décrire que la diffraction par des réseaux d'absorption ou d'indice sinusoïdalement modulés. Encore faut-il de plus que cette modulation soit faible pour donner lieu à une modulation elle-même sinusoïdale de la permittivité.
- L'approximation majeure réside dans l'hypothèse qu'il n'existe que deux ondes dans le milieu. Les autres éventuels ordres de diffraction sont négligés. Cela ne pose pas de problème au voisinage immédiat de l'angle d'incidence de Bragg pour les angles $+1$ et -1 , dans un milieu épais.

6.2.4 Distinction réseaux minces, réseaux épais

La distinction entre réseaux minces et réseaux épais revêt une importance pratique considérable dans des domaines tels que l'acousto-optique et l'holographie. T.K. Gaylord et M.G. Moharam sont les auteurs d'une théorie rigoureuse des ondes couplées qui permet de répondre à cette question dans le cas des réseaux sinusoïdaux. Cette théorie inclut en effet comme des cas particuliers extrêmes, les solutions que nous avons présentées dans les régimes dits de Raman-Nath et de Bragg.

Nous considérerons ici⁴ comme un réseau mince, un réseau qui produit un régime de Raman-Nath, c'est à dire qui possède tous les ordres de diffraction possibles. Le vecteur \vec{k}_r est orthogonal à l'axe z donc $\Phi = \frac{\pi}{2}$. Les intensités de ces ordres diffractés (ordres i) suivent alors la relation :

$$\eta_i = J_i^2(\Phi_0) = J_i^2(2\nu) \quad \text{avec} \quad \nu = \frac{\pi n_1 d}{\lambda_0 \cos \theta_i}$$

On montre expérimentalement que ce modèle décrit les efficacités de diffraction avec une précision meilleure que 1% tant que

$$Q\nu \leq 1 \quad (6.57)$$

avec

$$Q \triangleq \frac{2\pi}{\sqrt{\varepsilon_0} \cos \theta_i} \frac{\lambda_0 d}{\lambda_r^2} \quad (6.58)$$

A l'opposé, un réseau épais peut être défini comme produisant un régime de Bragg (il n'existe qu'une onde transmise et une onde diffractée). Dans ce cas, la théorie des ondes couplées de Kogelnik est bien vérifiée et, à l'angle de Bragg, les efficacités dans les ordres 0 et 1 s'écrivent :

$$\eta_0 = \cos^2 \nu \quad \text{et} \quad \eta_1 = \sin^2 \nu$$

Ces résultats sont vérifiés avec une précision meilleure que 1% si

$$\rho \geq 10 \quad \text{avec} \quad \rho \triangleq \frac{Q}{2\nu}$$

Dans ce cas, on trouve :

$$\rho = \frac{2}{\varepsilon_{r1}} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_r} \right)^2 = \frac{1}{n_0 n_1} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_r} \right)^2$$

4. Les éléments de ce paragraphe sont en particulier issus de "Thin and thick gratings : terminology clarification", T.K. Gaylord & M.G. Moharam, Applied Optics, 20, 3271, (1981) auquel on se reportera pour tout approfondissement.

Il est remarquable que la condition pour qu'un réseau soit épais ne fait pas intervenir son épaisseur, mais uniquement son pas et sa modulation d'indice. C'est pourquoi on utilise souvent une définition plus restrictive du réseau épais. On admet donc généralement qu'un "réseau est épais" si

$$Q > 1$$

Dans ce cas, le régime de Bragg est obtenu pour toute valeur de n_1 .

6.2.5 Réseaux statiques et réseaux mobiles

Nous avons montré dans le cas du régime de Raman-Nath, que la diffraction d'une onde plane de fréquence ω_i par un réseau mobile à la vitesse v_{ac} dans la direction du vecteur réseau \vec{k}_{ac} se traduit par un décalage en fréquence des diverses ondes diffractées. Si la modulation spatiale d'indice de réfraction est définie par

$$n = n_0 + n_1 \cos(\omega_{ac}t - k_{ac}x) \text{ avec } k_{ac} = \frac{\omega_{ac}}{v_{ac}} \quad (6.59)$$

l'onde diffractée dans l'ordre p a pour fréquence :

$$\omega_p = \omega_i + p\omega_{ac} \quad (6.60)$$

On retrouve le même résultat par la théorie des ondes couplées dans les réseaux épais mobiles :

La vitesse v_{ac} de l'onde acoustique (de l'ordre de quelques kilomètres par seconde) est beaucoup plus faible que celle c/n de l'onde optique (de l'ordre de quelques 10^5 kilomètres par seconde). L'équation (6.31) reste inchangée et l'on peut considérer que le réseau est fixe pendant le temps que met la lumière pour en parcourir l'épaisseur. Cependant, la constante de couplage K devient complexe et s'écrit :

$$K = \frac{\pi}{\lambda_0} n_1 e^{\pm i\omega_{ac}t} \quad (6.61)$$

L'efficacité de diffraction (6.50) qui ne dépend que des carrés des modules des quantités ν et ξ est inchangée. Cependant, l'amplitude diffractée (6.49) s'écrit désormais :

$$S(d) = ie^{i\xi} e^{-ip\omega_{ac}t} \sqrt{\frac{C_i}{C_d}} R(0) \nu \frac{\sin \sqrt{\xi^2 + \nu^2}}{\sqrt{\xi^2 + \nu^2}} \text{ avec } p = \pm 1 \quad (6.62)$$

L'onde a donc une dépendance temporelle en $e^{i(\omega_i + p\omega_{ac})t}$: sa fréquence est décalée de $\pm\omega_{ac}$ selon qu'il s'agit de l'ordre ± 1 . ω_{ac} étant beaucoup plus faible que ω_i , on peut cependant négliger le désaccord à la condition de Bragg qui en résulte. On retrouve un résultat connu en optique de Fourier : le décalage d'un réseau d'une longueur l le long du vecteur réseau \vec{k}_{ac} , introduit sur l'onde diffractée un déphasage supplémentaire $\delta\varphi = k_{ac}l$.

Si ce déphasage est une fonction linéaire du temps :

$$\delta\varphi = k_{ac}v_{ac}t = \omega_{ac}t$$

le phénomène de décalage en fréquence correspond à un effet Doppler.

6.2.6 Cas des réseaux acoustiques

Dans les dispositifs acousto-optiques usuels, le vecteur d'onde \vec{k}_{ac} de l'onde acoustique est sensiblement parallèle aux faces du milieu dans lequel cette onde se propage. L'angle Φ d'inclinaison des strates du réseau est de 90° et dans ce cas

$$C_i = C_d = \cos \theta_i$$

Dans ce cas, l'efficacité de diffraction du réseau d'indice défini par : $n = n_0 + n_1 \cos k_{ac}x$ s'écrit :

$$\eta = \nu^2 \frac{\sin^2 \sqrt{\xi^2 + \nu^2}}{\xi^2 + \nu^2} \quad (6.63)$$

avec

$$\nu = \frac{\pi n_1 d}{\lambda_0 \cos \theta_i} \text{ et } \xi = \frac{\Delta k d}{2C_d} = -\frac{k_{ac} d}{2 \cos \theta_i} \left(p \sin \theta_i + \frac{k_{ac}}{2k_i} \right) \text{ avec } p = \pm 1 \quad (6.64)$$

La condition d'accord de Bragg ($\xi = 0$) définit l'angle de Bragg :

$$\sin \theta_B = p \frac{k_{ac}}{2k_i} \quad (6.65)$$

Dans ces conditions, l'efficacité de diffraction

$$\eta_{Bragg} = \sin^2 \frac{\pi n_1 d}{\lambda_0 \cos \theta_B} \quad (6.66)$$

peut donc atteindre 100%. Il faut pour cela induire dans le matériau, une modulation d'indice n_1 telle que :

$$n_1 = \frac{\lambda_0 \cos \theta_B}{2d} \approx \frac{\lambda_0}{2d} \quad (6.67)$$

6.2.7 Application aux composants acousto-optiques

Pour utiliser cette possibilité, il est important d'évaluer la puissance de commande électrique qu'elle requiert. Or, nous avons montré (Chapitre I) que cette modulation d'indice est liée à l'intensité de l'onde acoustique dans le matériau par la relation :

$$n_1 = \sqrt{\frac{1}{2} M I_{ac}} \quad (6.68)$$

Pour obtenir une efficacité de 100%, on doit donc disposer d'une intensité acoustique :

$$I_{ac}^{100\%} = \left(\frac{\lambda_0}{d} \right)^2 \frac{1}{2M} \quad (6.69)$$

La puissance de commande est le produit de l'intensité acoustique par la surface de l'onde acoustique, c'est à dire celle du transducteur :

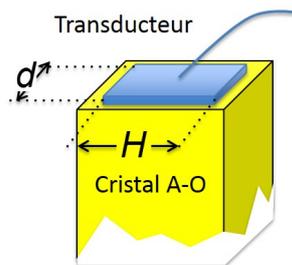


FIGURE 6.14 – Géométrie du transducteur.

$$P_{ac}^{100\%} = H \cdot d \cdot I_{ac} = \frac{H}{d} \frac{\lambda_0^2}{2M} \quad (6.70)$$

Exemple :

Pour une cuve à eau dont la figure de mérite vaut $M = 160 \cdot 10^{-15} m^2 W^{-1}$, utilisant un transducteur carré ($H = d$) et fonctionnant dans le rouge à $\lambda_0 = 0,633 \text{ nm}$, on trouve que l'efficacité de 100% est obtenue pour une puissance acoustique injectée de 1,25 W. On peut donc raisonnablement penser utiliser cet effet pour des applications telles que la déflexion ou la modulation de faisceaux. Dans le chapitre suivant, nous décrirons quelques-uns de ces dispositifs et les caractéristiques que l'on peut en attendre.

6.3 Réseaux de diffraction dans les matériaux anisotropes

Le modèle de Kogelnik établit le couplage entre deux ondes de polarisation TE se propageant dans un réseau. Ce réseau et le milieu dans lequel il est inscrit sont supposé isotrope. On résoud donc, de façon approchée, l'équation de propagation 6.31

$$\Delta E + k^2 E = 0 \quad \text{avec} \quad k^2 = (\omega_i/c)^2 \left(\epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \right)$$

où tous les termes étaient scalaires et en particulier la permittivité diélectrique qui caractérise à la fois le réseau et le milieu au sein duquel il est inscrit :

$$\epsilon_r = \epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r}$$

Pour une meilleure intuition physique des phénomènes, ces équations peuvent être réécrites sous la forme :

$$\Delta E + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{r0} E = P \quad (6.71)$$

où P est la densité de polarisation induite par le réseau :

$$P = - \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{r1} \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \right) E \quad (6.72)$$

- ϵ_{r0} est la partie constante de la permittivité diélectrique relative. Elle définit les ondes qui peuvent se propager dans le milieu (distribution de champ, état de polarisation, constante de propagation) ;
- c'est effectivement un scalaire si le réseau est formé dans un milieu isotrope . Les ondes incidentes et diffractées se propagent toutes deux dans ce milieu isotrope. La condition de Bragg à écrire est une condition d'accord de phase en milieu isotrope.
- c'est un tenseur si le réseau est formé dans un milieu anisotrope. Si (pour une raison qui apparaîtra dans un instant) les ondes incidentes et diffractées pouvaient, de plus, ne pas avoir la même polarisation, elles se propageraient dans des milieux d'indices différents. La condition de Bragg à écrire est alors une condition d'accord de phase en milieu anisotrope.
- ϵ_{r1} est la partie modulée de la permittivité diélectrique relative. Elle définit la densité de polarisation induite dans le milieu, c'est à dire les termes sources susceptibles de donner naissance à des ondes dans le milieu ;
- si elle est scalaire, la diffraction est nécessairement isotrope : la polarisation P induite par le réseau est un vecteur parallèle au champ électromagnétique incident. Avec un tel réseau, les ondes incidentes et diffractées ont nécessairement le même état de polarisation (direction du vecteur \vec{D}).
- si elle est un tenseur, la diffraction peut être anisotrope : la polarisation \vec{P} induite par le réseau n'est pas nécessairement parallèle au champ électromagnétique incident. Elle peut être la source d'une onde plane de polarisation différente de celle de l'onde incidente sous réserve que celle-ci vérifie les conditions de propagation imposées par le premier membre de l'équation (6.71).

Nous étudierons ici le cas le plus général où

- Un réseau est formé au sein d'un matériau anisotrope : la partie constante de la permittivité diélectrique est un tenseur $\underline{\epsilon}_{r0}$ et il est nécessaire de revoir la condition d'accord de Bragg.
- Le réseau lui-même est anisotrope : la partie spatialement modulée de la permittivité est un tenseur $\underline{\epsilon}_{r1}$. Dans l'équation de propagation, apparaissent des termes sources qui peuvent être à l'origine d'ondes vibrant dans des directions différentes de celle de l'onde incidente.

L'existence de ces termes sources, combinée à une condition de Bragg spécifique peut conduire à une onde diffractée ayant un état de polarisation différent de celui de l'onde incidente.

6.3.1 Existence de termes sources anisotropes

La densité de polarisation induite par un réseau anisotrope s'écrit, en généralisant la relation (6.72) :

$$\vec{P} = - \underline{\epsilon}_{r1} \bullet \vec{E} \cdot \frac{\omega^2}{c^2} \cdot \cos \vec{k}_r \cdot \vec{r} \quad (6.73)$$

La direction de vibration de la densité de polarisation \vec{P} résulte donc de l'action du tenseur $\underline{\epsilon}_{r1}$ qui caractérise le réseau, sur le champ incident \vec{E}

Origine de l'anisotropie du réseau

L'effet acousto-optique fournit des exemples de réseaux anisotropes.

L'imperméabilité diélectrique $\underline{\underline{\eta}}$ est un tenseur de rang 2, inverse du tenseur $\underline{\underline{\varepsilon_r}}$. De sa définition, on déduit aisément la variation de permittivité diélectrique $\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}}$ correspondant à la modification $\underline{\underline{\Delta\eta}}$ de perméabilité diélectrique créée par une perturbation quelconque du milieu optique :

$$\underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\eta}} = \underline{\underline{I}} \text{ ainsi que } \left[\underline{\underline{\varepsilon_r}} + \underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} \right] \bullet \left[\underline{\underline{\eta}} + \underline{\underline{\Delta\eta}} \right] = \underline{\underline{I}} \quad (6.74)$$

Soit, en négligeant les termes d'ordre 2 :

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\eta}} + \underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\Delta\eta}} = \underline{\underline{0}} \quad (6.75)$$

et finalement en multipliant à droite par $\underline{\underline{\varepsilon_r}}$:

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} = -\underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\Delta\eta}} \bullet \underline{\underline{\varepsilon_r}} \quad (6.76)$$

Par exemple, la modification d'imperméabilité diélectrique $\underline{\underline{\Delta\eta}}$ introduite par la propagation d'une onde acoustique dans le milieu est liée au tenseur des déformations $\underline{\underline{S}}$ par la relation $\underline{\underline{\Delta\eta}} = \underline{\underline{P}} \bullet \underline{\underline{S}}$ où $\underline{\underline{P}}$ est le tenseur elasto-optique du matériau. On a donc

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} = -\underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \left[\underline{\underline{P}} \bullet \underline{\underline{S}} \right] \bullet \underline{\underline{\varepsilon_r}} \quad (6.77)$$

Dans le cas de l'effet acousto-optique, pour un réseau de vecteur réseau \vec{k}_{ac} , les éléments non nuls du tenseur $\underline{\underline{S}}$ des déformations sont des fonctions du temps et des coordonnées d'espace

$S_{ij} = S_{ij}^0 \cos(\omega_{act} - \vec{k}_{ac} \cdot \vec{r})$. Il en est de même pour les éléments du tenseur $\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}}$ qui apparaît sous la notation $\underline{\underline{\varepsilon_{r1}}}$ dans la relation (6.73).

Nous illustrerons ce résultat tout à fait général dans deux cas particuliers.

Effet acousto-optique dans un milieu isotrope

Nous reprenons certains résultats obtenus dans le chapitre 5.

Onde acoustique longitudinale Une onde acoustique plane longitudinale se propageant selon y est définie par

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.78)$$

Elle se propage dans un matériau isotrope d'indice de réfraction n dont le tenseur photo-elastique s'écrit en notation réduite sous la forme

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (6.79)$$

Elle y crée donc une modulation d'imperméabilité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\eta}} = \begin{pmatrix} p_{12} & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & 0 \\ 0 & 0 & p_{12} \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.80)$$

et une modulation de permittivité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} = -\underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\Delta\eta}} \bullet \underline{\underline{\varepsilon_r}} = -n^4 \begin{pmatrix} p_{12} & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & 0 \\ 0 & 0 & p_{12} \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.81)$$

Ce tenseur étant diagonal et pour toute direction de polarisation du champ incident \vec{E} , la polarisation induite $\vec{P} = \underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} \bullet \vec{E}$ est parallèle à \vec{E} . Il n'existe pas de terme source qui puisse t-êre à l'origine d'une diffraction anisotrope.

Onde acoustique de cisaillement Reprenons le même problème avec une onde de cisaillement se propageant selon y :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \quad (6.82)$$

Elle y crée donc une modulation d'imperméabilité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\eta}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \quad (6.83)$$

et une modulation de permittivité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} = -\underline{\underline{\varepsilon_r}} \bullet \underline{\underline{\Delta\eta}} \bullet \underline{\underline{\varepsilon_r}} = -n^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \quad (6.84)$$

Le champ électromagnétique incident s'écrit toujours $\vec{E} = \begin{cases} E_x \\ E_y \\ E_z \end{cases}$, la polarisation induite vaut :

$$\vec{P} = \underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} \bullet \vec{E} = -n^4 \frac{p_{11}-p_{12}}{2} S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \begin{cases} E_x \\ 0 \\ E_z \end{cases} \quad (6.85)$$

Plusieurs cas peuvent se présenter :

– Supposons que l'onde incidente se propage selon z . Elle est alors polarisée dans le plan (x, y) ⁵ et l'on a

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x \\ E_y \\ 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{P} = -n^4 \frac{p_{11}-p_{12}}{2} S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \begin{cases} E_x \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6.86)$$

La polarisation \vec{P} induite par le réseau est toujours selon x ; elle ne peut donc rayonner que dans des directions du plan (y, z) . De plus, il ne peut y avoir diffraction si l'onde incidente est polarisée selon y ($E_x = 0$).

– Supposons que l'onde incidente se propage selon y . Elle est alors polarisée dans le plan (x, z) et l'on a

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x \\ 0 \\ E_z \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{P} = -n^4 \frac{p_{11}-p_{12}}{2} S_0 \sin(\omega_{ac}t - k_{ac}y) \begin{cases} E_x \\ 0 \\ E_z \end{cases} \quad (6.87)$$

La polarisation \vec{P} induite par le réseau est parallèle à \vec{E} . Elle peut créer une onde se propageant dans toute direction orthogonale à la polarisation incidente. S'il y a diffraction, elle ne peut être qu'isotrope.

Effet acousto-optique dans le Niobate de Lithium

Le Niobate de Lithium ($LiNbO_3$) est un cristal uniaxe (axe z) négatif ($n_e < n_o$) de symétrie trigonale. Son ellipsoïde des indices non perturbé a donc pour équation :

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \quad (6.88)$$

et il correspond une permittivité diélectrique exprimée dans le repères (x, y, z) :

$$\underline{\underline{\varepsilon_r}} = \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \quad (6.89)$$

Son tenseur élasto-optique s'écrit en notation réduite :

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & -p_{14} & 0 & 0 \\ p_{13} & p_{13} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ p_{41} & -p_{41} & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{14} & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (6.90)$$

5. Ne pas oublier que les ondes optiques planes sont transverses !

On suppose qu'une onde acoustique longitudinale se propage selon l'axe y :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.91)$$

Elle y crée donc une modulation d'imperméabilité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\eta}} = \begin{pmatrix} p_{12} & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & -p_{41} \\ 0 & -p_{41} & p_{13} \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.92)$$

et une modulation de permittivité diélectrique :

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} = \begin{pmatrix} n_0^4 p_{12} & 0 & 0 \\ 0 & n_0^4 p_{11} & -n_e^2 n_0^2 p_{41} \\ 0 & -n_0^2 n_e^2 p_{41} & n_e^4 p_{13} \end{pmatrix} S_0 \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.93)$$

Supposons que l'onde incidente se propage dans le plan (x, y) ⁶. Son vecteur d'onde \vec{k}_i est contenu dans ce plan. Elle peut être polarisée soit dans le plan (x, y) perpendiculairement à \vec{k}_i , soit selon z (polarisation extraordinaire) et c'est l'hypothèse que nous prendrons ici. On a donc $\vec{E} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ E_z \end{cases}$ et la densité de polarisation induite par le réseau s'écrit :

$$\vec{P} = \underline{\underline{\Delta\varepsilon_r}} \vec{E} = n_e^2 \begin{pmatrix} 0 \\ -n_0^2 p_{41} \\ n_e^2 p_{13} \end{pmatrix} E_z S_0 \sin(\omega_{act} - k_{acy}) \quad (6.94)$$

Cette polarisation induite a deux composantes

- La composante selon z peut être la source d'une onde diffractée dans toute direction \vec{k}_d du plan (x, y) et polarisée selon z . Une diffraction isotrope est donc possible et elle est contrôlée par le coefficient $n_e^2 p_{13}$ quelque soit la direction de diffraction.
- La composante selon y peut être la source d'une onde diffractée, dans toute direction \vec{k}_d du plan (x, y) pourvu qu'elle soit différente de y . Cette onde est polarisée dans le plan (x, y) et orthogonalement à \vec{k}_d (transversalité des ondes optiques). Une diffraction anisotrope est donc possible et elle est contrôlée par le coefficient $n_0^2 p_{41}$ qui dépend de l'angle entre l'axe Oy et le vecteur \vec{k}_d ,

Les conditions d'accord de phase à réaliser pour coupler efficacement l'onde incident à l'une ou l'autre de ces polarisations induites sont différentes. C'est cette condition d'accord de phase qui décidera de la polarisation de l'onde diffractée.

6.3.2 Généralisation de la condition d'accord de Bragg

Accord de Bragg isotrope

Dans la condition de Bragg établie précédemment, une hypothèse sous-jacente est que l'indice de réfraction du milieu est identique pour toutes les ondes. Elle est alors constituée des trois relations :

$$\begin{aligned} \vec{k}_d &= \vec{k}_i + \vec{k}_r \\ |k_i| &= |k_d| = 2\pi n_0 / \lambda_0 \end{aligned} \quad (6.95)$$

et on peut la représenter dans les milieux isotropes par la figure ci-dessous où les vecteurs d'ondes ont leurs extrémités sur le même cercle de rayon $2\pi n_0 / \lambda_0$.

Nous la nommerons condition de Bragg isotrope. Une de ses propriétés remarquables est que les angles d'incidence et de diffraction sont opposés :

$$\sin \theta_i = -\sin \theta_d = \frac{k_r}{2k_d} = \frac{k_r}{2k_i} \quad (6.96)$$

Cela se traduit, sur la figure, par le fait que les vecteurs d'ondes sont symétriques par rapport à la normale au vecteur d'onde \vec{k}_r du réseau. L'onde plane diffractée semble résulter de la réflexion de l'onde incidente sur les plans du réseau.

6. On notera que le fait que le vecteur réseau soit porté par y garanti que l'onde diffractée éventuelle se propagera aussi dans le plan (x, y)

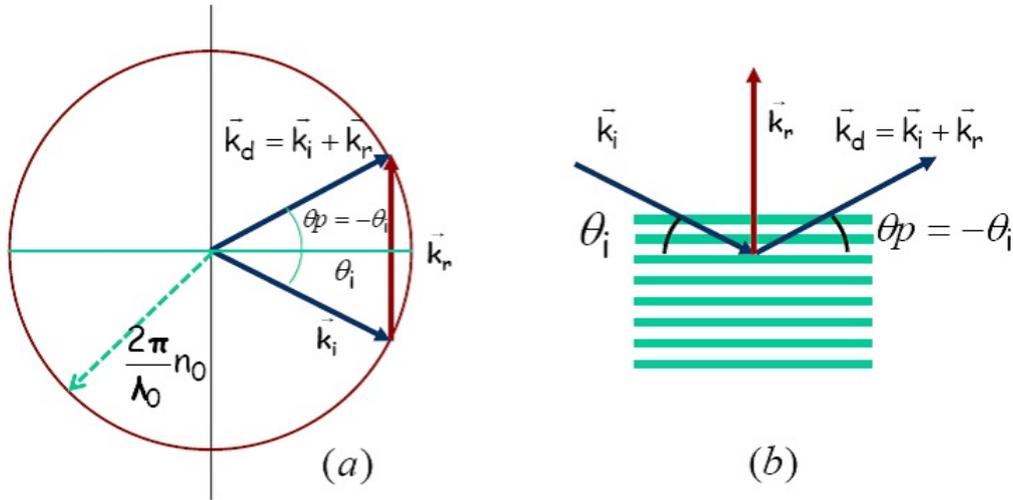


FIGURE 6.15 – Vecteurs d’ondes incidents et diffractés dans les conditions de Bragg, dans un milieu isotrope. (a) traduction graphique de la condition de Bragg isotrope. (b) A l’angle de Bragg, l’onde plane diffractée a la direction de propagation de l’onde réfléchi par les plans du réseau.

Accord de Bragg anisotrope

L’équation de propagation vectorielle

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\epsilon}_{r0} \vec{E} = \vec{P}$$

définit dans un milieu anisotrope, les ondes susceptibles de se propager et en particulier les ondes incidentes et diffractées. Avec leurs vecteurs d’ondes respectifs \vec{k}_i et \vec{k}_d , elles voient des indices de réfraction respectifs n_i et n_d . Ils ne sont pas nécessairement égaux et rien n’indique qu’ils soient constant quand les orientations de \vec{k}_i et \vec{k}_d changent. Au lieu que leurs extrémités soient sur un même cercle, elles peuvent être sur deux ellipses différentes. Dans le cas général la condition de Bragg s’écrit donc

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{k}_r \\ \text{(b)} \quad & |k_i| = 2\pi n_i / \lambda_0 \\ \text{(c)} \quad & |k_d| = 2\pi n_d / \lambda_0 \end{aligned} \quad (6.97)$$

Le diagramme d’accord de Bragg peut alors prendre un des 4 aspects ci dessous. Sur les 4 figures, le vecteur réseau est le même et la relation (a) de (6.97) est vérifiée. Les extrémités des vecteurs d’ondes sont portées par l’une au l’autre des ellipses selon la polarisation des ondes.

On remarque alors qu’il existe 4 conditions d’accord de Bragg possibles

- deux sont des "conditions de Bragg isotropes". Elles sont représentées en (a) et (b) et vérifient (chacune avec un indice différent) les relations (6.96). On observe en particulier la symétrie angulaire de la diffraction isotrope.
- deux sont des "conditions de Bragg anisotropes". Elles sont représentées par (c) et (d). On n’observe plus la symétrie angulaire de la diffraction isotrope et dans chacun des deux cas les ondes incidentes et diffractées ont des polarisations différentes. Calculons les angles d’incidence et de diffraction qui vérifient ces conditions de Bragg anisotropes. La relation

$$\|\vec{k}_i + \vec{k}_r\|^2 = \|\vec{k}_d\|^2 \quad (6.98)$$

permet en effet d’écrire

$$2 \|k_i\| \sin \theta_i = \frac{\|k_d\|^2 - \|k_i\|^2}{\|k_r\|} - \|k_r\| \quad (6.99)$$

De même,

$$\|\vec{k}_d - \vec{k}_r\|^2 = \|\vec{k}_i\|^2 \quad (6.100)$$

permet d’écrire

$$2 \|k_d\| \sin \theta_d = \|k_r\| + \frac{\|k_d\|^2 - \|k_i\|^2}{\|k_r\|} \quad (6.101)$$

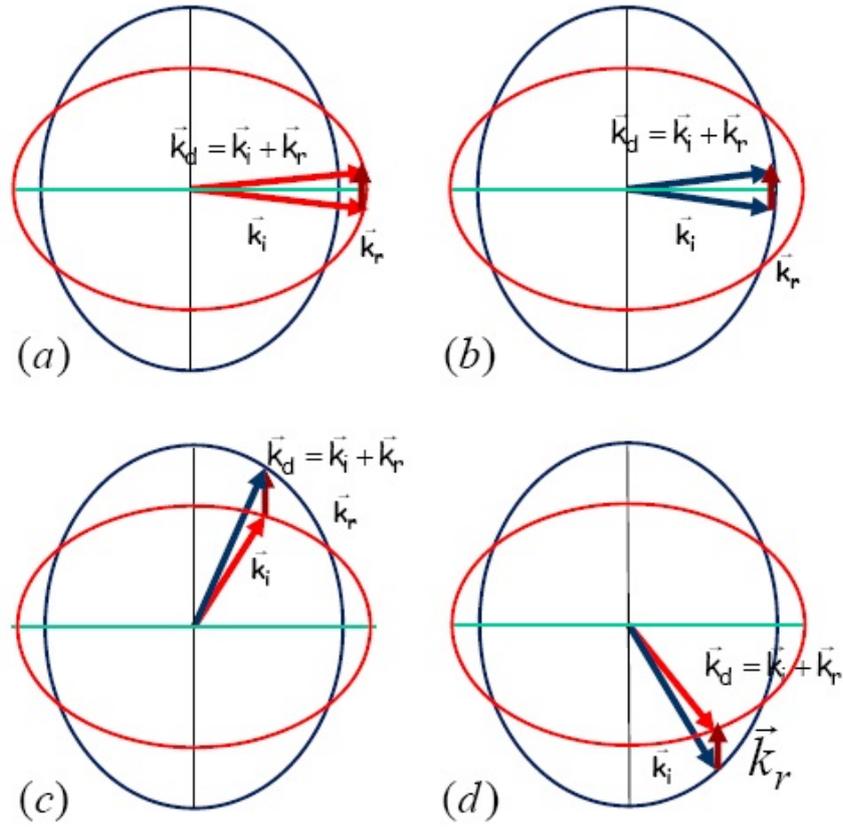


FIGURE 6.16 – Accord de Bragg dans un milieu anisotrope : (a) et (b) sont des accords de Bragg isotropes, (c) et (d) sont des accords de Bragg anisotropes.

Dans le cas général, la symétrie de la diffraction isotrope est rompue : la direction de l'onde diffractée n'est plus symétrique de celle de l'onde réfléchie. A partir des équations (6.99) et (6.101), on montre aisément que la relation $\sin \theta_d = -\sin \theta_i$ n'est vérifiée que si

$$(\|k_d\| + \|k_i\|)^2 (\|k_d\| - \|k_i\|) = (\|k_d\| - \|k_i\|) \|k_r\|^2 \quad (6.102)$$

La première solution : $\|k_d\| - \|k_i\| = 0$ correspond au cas isotrope précédent. La seconde solution : $\|k_d\| + \|k_i\| = \|k_r\|$ implique que les 3 vecteurs \vec{k}_r , \vec{k}_i et \vec{k}_d soient colinéaires avec \vec{k}_i et \vec{k}_d de sens contraire. Nous reviendrons sur ce cas très particulier.

Conclusion

Dans un matériau anisotrope où les ondes incidentes peuvent avoir 2 états de polarisation, les ondes diffractées peuvent aussi avoir 2 états de polarisation. Cela correspond à 4 cas possibles et pour chacun d'eux, il existe une condition de Bragg spécifique. Si les conditions de réalisation de ces accords sont suffisamment différentes, on ne saura en satisfaire plus d'une à la fois. Les conditions expérimentales définiront donc

- la direction de propagation et l'état de polarisation de l'onde incidente pour qu'elle soit efficacement diffractée,
- la direction de propagation et l'état de polarisation de l'onde diffractée.

6.3.3 Diffraction anisotrope dans le Niobate de Lithium

Reprenons le cas de l'effet acoustique dans le Niobate de Lithium étudié dans la section précédente.

Diffraction non colinéaire

L'ellipsoïde des indices de ce matériau est de révolution autour de l'axe z et nous considérons des ondes planes se propageant dans une direction \vec{k} du plan (x, y) .

L'intersection du plan perpendiculaire à \vec{k} et passant par l'origine des axes, avec l'ellipsoïde des indices, est une ellipse : son demi petit axe, porté par z , a donc pour longueur n_e ; son demi grand axe tourne dans le plan (x, y) avec une longueur constante n_o .

- Si une onde est polarisée selon z , quelque soit sa direction de propagation \vec{k} dans le plan (x, y) , l'extrémité du vecteur \vec{k} est sur un cercle de rayon $\frac{2\pi n_e}{\lambda_0}$.
 - Si une onde est polarisée perpendiculairement à z , quelque soit sa direction de propagation \vec{k} dans le plan (x, y) , l'extrémité du vecteur \vec{k} est sur un cercle de rayon $\frac{2\pi n_o}{\lambda_0}$.
- Comme nous l'avons montré, 4 cas peuvent se présenter.

- Le vecteur réseau \vec{k}_r peut relier deux points d'un même cercle. On a alors diffraction sans changement de polarisation et l'on parle de diffraction isotrope. Une première condition de Bragg (a) permet de diffracter une onde extraordinaire en une autre onde extraordinaire. On vérifiera aisément que les angles d'incidence θ_i et de diffraction θ_d sont définis par :

$$\sin \theta_d = -\sin \theta_i = \frac{1}{2n_e} \frac{\lambda_0}{\lambda_r} \quad (6.103)$$

où $\lambda_r = \frac{2\pi}{k_r}$ est le pas du réseau.

Une seconde condition de Bragg (b), permet la diffraction d'une onde ordinaire en une autre onde ordinaire. Les angles d'incidence θ_i et de diffraction θ_d sont alors définis par :

$$\sin \theta_d = -\sin \theta_i = \frac{1}{2n_o} \frac{\lambda_0}{\lambda_r} \quad (6.104)$$

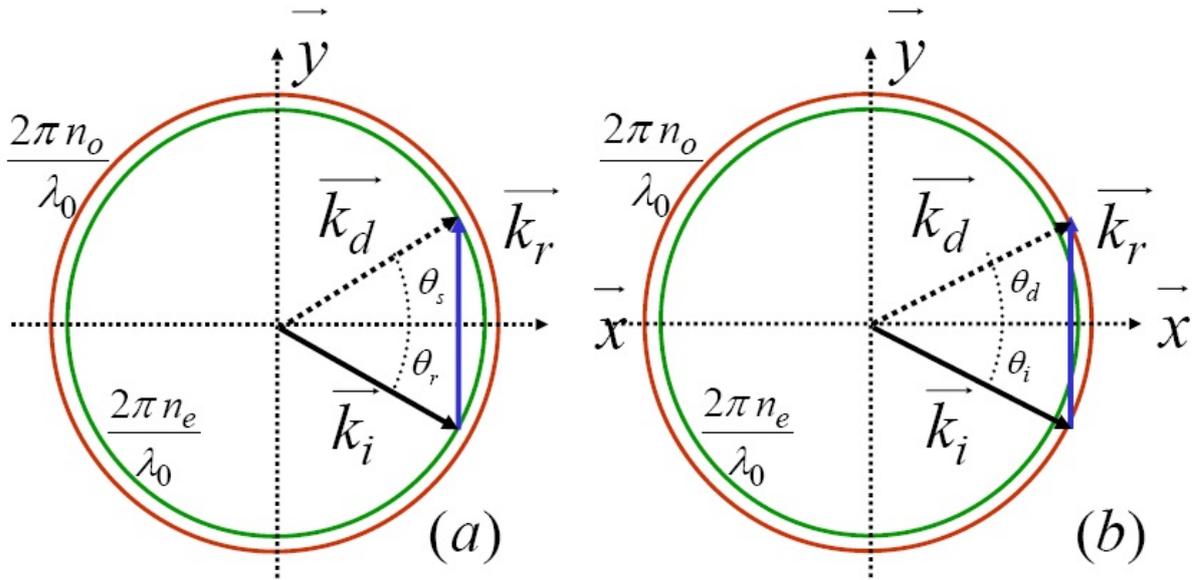


FIGURE 6.17 – Les deux configurations de diffraction isotrope non colinéaire. Le même réseau, selon l'angle d'incidence choisi, peut diffracter une onde extraordinaire (a) comme une onde ordinaire (b), sans changement de polarisation.

- Le même vecteur réseau \vec{k}_r peut aussi relier deux points appartenant à des cercles différents. On a alors diffraction avec changement de polarisation et l'on parle de diffraction anisotrope. Une première condition de Bragg (a) permet de diffracter une onde extraordinaire en une onde ordinaire. A partir des relations (6.99) et (6.101), on obtient :

$$\begin{aligned} \sin \theta_i &= \frac{1}{2n_e} \left[-\frac{\lambda_0}{\lambda_r} + \frac{\lambda_r}{\lambda_0} [n_o^2 - n_e^2] \right] \\ \sin \theta_d &= \frac{1}{2n_o} \left[\frac{\lambda_0}{\lambda_r} + \frac{\lambda_r}{\lambda_0} [n_o^2 - n_e^2] \right] \end{aligned} \quad (6.105)$$

Une seconde condition de Bragg (b), différente de la première, permet de diffracter une onde ordinaire

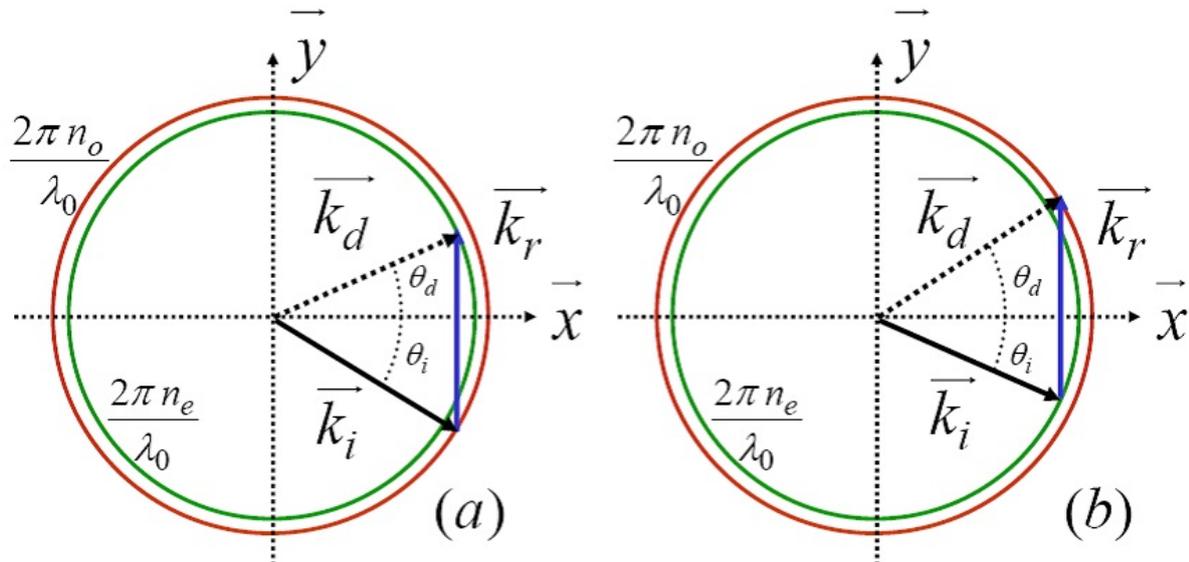


FIGURE 6.18 – Les deux configurations de diffraction anisotrope non colinéaire. Le même réseau, selon l'angle d'incidence choisi, peut diffracter une onde ordinaire en une onde extraordinaire (a) ou l'inverse.

en une onde extraordinaire. Les angles d'incidence θ_i et de diffraction θ_d sont définis par :

$$\begin{aligned} \sin \theta_i &= \frac{1}{2n_o} \left[-\frac{\lambda_0}{\lambda_r} - \frac{\lambda_r}{\lambda_0} [n_o^2 - n_e^2] \right] \\ \sin \theta_d &= \frac{1}{2n_e} \left[\frac{\lambda_0}{\lambda_r} - \frac{\lambda_r}{\lambda_0} [n_o^2 - n_e^2] \right] \end{aligned} \quad (6.106)$$

Les relations (6.105) ou (6.106) ne définissent les angles θ_i et θ_d que si

$$|n_e - n_o| < \frac{\lambda_0}{\lambda_r} < n_e + n_o \quad (6.107)$$

Ainsi, dans le cas du Niobate de Lithium où $n_o = 2,3$ et $n_e = 2,2$, ce couplage est possible pour

$$\begin{aligned} 0,1 &< \frac{\lambda_0}{\lambda_r} < 4,5 \\ \frac{\lambda_0}{4,5} &< \lambda_r < 10 \lambda_0 \end{aligned}$$

C'est à dire, pour $\lambda_0 = 0,633 \mu m$,

$$0,141 \mu m < \lambda_r < 6,33 \mu m$$

Avec une vitesse acoustique v_{ac} de l'ordre de $6,57 km.s^{-1}$ la fréquence de l'onde acoustique : $f_{ac} = v_{ac}/\lambda_r$ doit donc être comprise dans l'intervalle :

$$46,6 GHz = \frac{v_{ac}}{\lambda_r \min} > f_{ac} > \frac{v_{ac}}{\lambda_r \max} = 1,037 GHz$$

Application aux déflecteurs biréfringents

L'utilisation de milieux biréfringents permet d'augmenter considérablement la bande passante et le nombre de points résolus par un déflecteur acousto-optique, sans recourir, comme dans le cas des matériaux isotropes, à une forte divergence de l'onde acoustique.

On peut en effet s'arranger pour qu'à la fréquence acoustique correspondant exactement à l'angle de Bragg, le vecteur d'onde acoustique \vec{k}_{ac} soit orthogonal au vecteur d'onde \vec{k}_d de l'onde diffractée (cf. figure (6.19)). Dans ce cas, il suffit d'une très faible divergence $\delta\theta_{ac}$ de l'onde acoustique, et de balayer la fréquence acoustique sur une large bande de fréquence, pour assurer la déflexion de l'onde diffractée sur une large plage angulaire $\delta\theta_{opt}$. Cette configuration permet d'assurer la condition d'accord de Bragg, et donc une très bonne efficacité de diffraction, sur toute la plage de balayage.

En utilisant ce principe, il a été possible de dévier continûment un faisceau à $0,633 mm$ sur un angle de 4° en faisant varier de $1.28 GHz$ à $1.83 GHz$ ($550 MHz$) la fréquence de l'onde acoustique dans un cristal de Saphir. Le temps d'accès était de $2 ms$ et 1000 points ont pu être résolus.

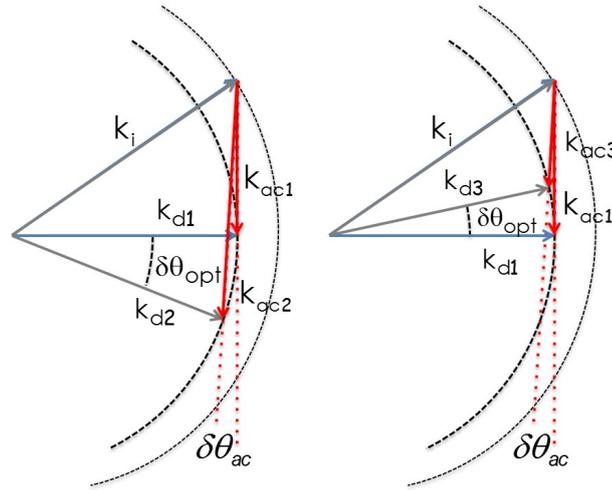


FIGURE 6.19 – Principe d'un déflecteur acousto-optique biréfringent.

Diffraction colinéaire

la diffraction de Bragg est possible si $|n_o - n_e| \leq \lambda_0/\lambda_r \leq |n_o + n_e|$,
 Considérons les cas deux extrêmes

$$\lambda_0/\lambda_r = n_o - n_e \text{ et } \lambda_0/\lambda_r = n_o + n_e$$

- Pour $\lambda_0/\lambda_r = n_o - n_e$, on trouve respectivement,
 - pour la diffraction d'une onde extraordinaire en une onde ordinaire (relations 6.105)

$$\sin \theta_i = \sin \theta_d = 1$$

Les deux ondes se propagent donc dans la même direction et dans le même sens. On a une diffraction anisotrope colinéaire et co-directionnelle

- pour la diffraction d'une onde ordinaire vers une onde extraordinaire (relations 6.106), on retrouve même résultat, tenu compte du fait qu'un réseau est aussi bien décrit par $-\vec{k}_r$ que par \vec{k}_r .

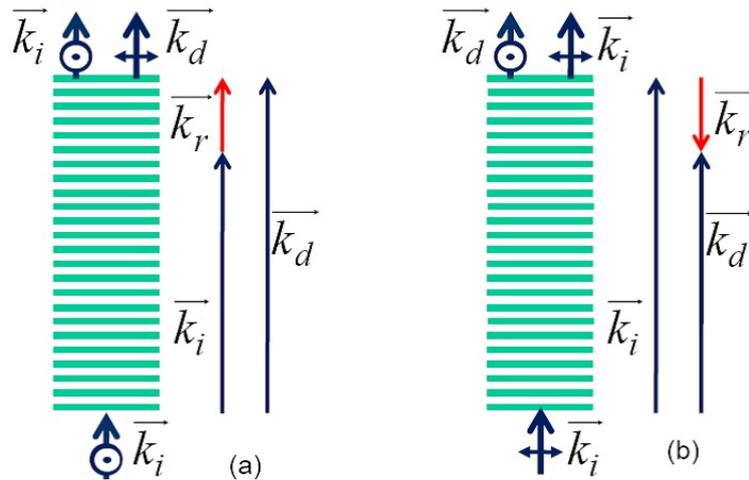


FIGURE 6.20 – Les deux configurations de couplage anisotrope, colinéaire et co-propagatif avec la représentation graphique des conditions de Bragg correspondantes.

- Pour $\lambda_0/\lambda_r = n_o + n_e$, on trouve respectivement,
 - pour la diffraction d'une onde extraordinaire en une onde ordinaire (relations 6.105)

$$\sin \theta_i = -\sin \theta_d = -1$$

Les deux ondes se propagent donc dans la même direction mais en sens contraires. On a une diffraction anisotrope colinéaire et contra-directionnelle

- pour la diffraction d'une onde ordinaire vers une onde extraordinaire (relations 6.106) on retrouve le même résultat .

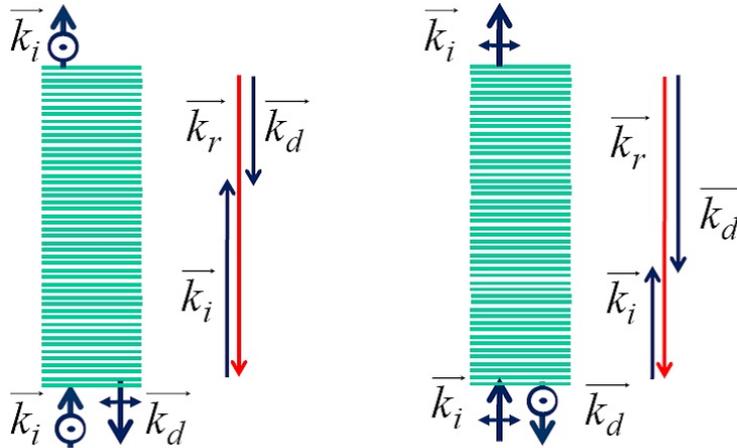


FIGURE 6.21 – Les deux configurations de couplage anisotrope, colinéaire et contra-propagatif avec la représentation graphique des conditions de Bragg correspondantes.

Filtres acousto-optiques accordables

Une autre application importante de l'effet acousto-optique dans les matériaux biréfringents est la réalisation de filtres optiques accordables. On utilise pour cela une interaction acousto-optique co-directionnelle. Si la lumière incident à un spectre large de longueurs d'ondes, une seule d'entre elles satisfait la condition de Bragg, pour une fréquence acoustique donnée. En variant cette fréquence, on change la longueur d'onde d'accord du filtre. Son coefficient de transmission s'écrit :

$$\frac{I_{trans}}{I_{inc}} = \frac{\sin^2 \sqrt{(\pi/2)^2 + (\Delta k L/2)^2}}{1 + (\Delta k L/\pi)^2} \quad (6.108)$$

avec

$$\Delta k = \frac{\omega}{c} [n_1 \sin \theta_1 - n_2 \sin \theta_2] \pm k_{ac} \quad (6.109)$$

La largeur de bande à mi-hauteur du filtre s'écrit, dans le cas colinéaire ($\theta_2 = \theta_1 = \pi/2$) :

$$\delta \lambda \approx 0,80 \frac{\lambda^2}{L |\Delta n|} \quad (6.110)$$

où L est l'épaisseur optique du filtre et Δn la variation entre les indices vus par les deux ondes.

Un filtre optique a ainsi été réalisé dans un cristal de Niobate de Lithium ($\Delta n = 0,09$) de 1,8 cm de long en utilisant la configuration contra-propagative. Le cristal était excité par une onde acoustique longitudinale. En faisant varier sa fréquence de 750 à 1050 MHz, on accordait ainsi le filtre de 700 à 550 nm. La largeur à mi hauteur de la bande passante obtenue est de 0,2 nm à 625 nm.

Chapitre 7

Composants et dispositifs acousto-optiques

Nous illustrerons ici les propriétés essentielles des dispositifs acousto-optiques à travers quelques exemples classiques de composants et de dispositifs.

7.1 Paramètres fondamentaux

Les dispositifs acousto-optiques se présentent donc comme des composants où l'on sait former un réseau de diffraction de période λ_{ac} contrôlée par la fréquence f_{ac} d'un signal électrique :

$$\lambda_{ac} = v_{ac}/f_{ac} \quad (7.1)$$

On se cantonnera, dans ce paragraphe, aux propagations et diffractions isotropes. La modulation d'indice, supposée ici créée par une onde acoustique longitudinale selon z , est donc définie par :

$$n = n_0 + n_1 \cos(2\pi f_{ac}t - k_{ac}z) \quad (7.2)$$

Elle est contrôlée par l'intensité I_{ac} de l'onde acoustique :

$$n_1 = \sqrt{M I_{ac}/2} \quad (7.3)$$

L'angle de diffraction du réseau est commandé par la fréquence de l'onde acoustique. Dans le cas des matériaux épais (seuls susceptibles d'une bonne efficacité), il est défini par la condition de Bragg :

$$\sin \theta_B = \pm \frac{k_{ac}}{2k_i} = \pm \frac{\lambda_0}{2n_0 \lambda_{ac}} = \pm \frac{\lambda_0 f_{ac}}{2n_0 v_{ac}} \quad (7.4)$$

En pratique, ce petit angle est assimilable à son sinus.

L'intensité diffractée à l'angle de Bragg est contrôlée par l'intensité acoustique :

$$I = \eta I_0 = I_0 \sin^2 |\nu| \quad (7.5)$$

avec en tenant compte de (7.4)

$$\nu = \frac{\pi d}{\lambda_0 \cos \theta_B} \sqrt{\frac{1}{2} M I_{ac}} \approx \frac{\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\frac{1}{2} M I_{ac}} \quad (7.6)$$

L'intensité diffractée est donc proportionnelle à l'intensité acoustique lorsqu'elle est faible :

$$I \approx I_0 \frac{\pi^2 d^2}{2\lambda_0^2 \cos^2 \theta_B} M I_{ac} \quad (7.7)$$

Ces dispositifs sont utilisés pour la réalisation de déflecteurs (Relation 7.4) ou de modulateurs de faisceaux (Relation 7.7). Avant de présenter leur réalisation et leurs applications, nous décrirons ici, à la lumière des résultats établis dans le chapitre précédent, les caractéristiques imposées à ces dispositifs par leur principe de fonctionnement.

7.1.1 Ouverture angulaire

L'efficacité d'un réseau ne peut atteindre 100% que si il est "épais" et utilisé exactement dans les conditions de Bragg. Il existe alors une relation (7.4) entre la longueur d'onde optique et l'angle de lecture. Si l'on s'en écarte, l'efficacité chute :

$$\eta = \nu^2 \frac{\sin^2 \sqrt{\xi^2 + \nu^2}}{\xi^2 + \nu^2} \quad (7.8)$$

avec

$$\nu = \frac{\pi n_1 d}{\lambda_0 \cos \theta} \quad (7.9)$$

et

$$\xi = \frac{k_{ac} d}{2 \cos \theta} \left(\pm \sin \theta - \frac{k_{ac}}{2k_i} \right) \quad (7.10)$$

Le paramètre ξ caractérise l'écart à l'angle de Bragg. Nous nous poserons ici deux problèmes :

- pour une fréquence acoustique et une fréquence optique données, de quelle latitude dispose t'on sur l'angle d'incidence du faisceau optique? Autrement dit, quelle est l'ouverture de faisceau tolérable par un tel dispositif?
- pour une onde optique de fréquence et d'angle d'incidence donnés, de quelle latitude dispose t'on sur la fréquence acoustique? Ou encore, quelle bande de fréquence acoustique peut-on utiliser pour faire varier la direction du faisceau diffracté sans en faire trop chuter l'intensité?

Une première réponse consiste à dire que la bande passante est nulle dans les deux cas :

- à fréquence acoustique et à longueur d'onde données, la condition de Bragg définit de façon unique l'angle de lecture; l'ouverture acceptable de faisceau est donc nulle.
- à longueur d'onde et incidence données, il n'existe qu'une fréquence acoustique pour laquelle l'efficacité soit maximum. La bande passante en fréquence est donc nulle.

On peut pourtant, dans les deux cas, définir une bande passante à 3 décibels, comme pour les systèmes électroniques habituels.

7.1.2 Acceptance angulaire

Soit une cellule constituée d'un matériau élasto-optique où une onde acoustique longitudinale de fréquence f_{ac} se propage selon z à la vitesse v_{ac} .

Elle est éclairée par une onde optique plane (infiniment étendue), incidente au voisinage de l'angle de Bragg.

Quelle est la variation $\Delta\theta = \theta - \theta_B$ de l'angle d'incidence qui provoque une chute d'efficacité de 50% (atténuation de 3dB) ?

On estime pour cela les variations introduites sur les paramètres ν et ξ .

- Au voisinage de θ_B :

$$\nu = \nu(\theta_B) + \Delta\theta \left[\frac{\partial \nu}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_B} \quad (7.11)$$

Par définition,

$$\nu(\theta_B) = \frac{\pi n_1 d}{\lambda \cos \theta_B}.$$

Si l'on suppose de plus que l'intensité de l'onde acoustique est telle que l'efficacité soit de 100% à l'angle de Bragg, alors

$$\nu(\theta_B) = \pi/2.$$

En dérivant ν (7.11), par rapport à θ , on obtient :

$$\left[\frac{\partial \nu}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_B} = \frac{\pi}{2} \tan \theta_B$$

d'où :

$$\nu = \frac{\pi}{2} (1 + \Delta\theta \cdot \tan \theta_B)$$

La longueur d'onde optique étant beaucoup plus courte que la longueur d'onde acoustique, l'angle de Bragg est petit et l'on a, pour des écarts $\Delta\theta$ faibles :

$$\nu \approx \pi/2 \quad (7.12)$$

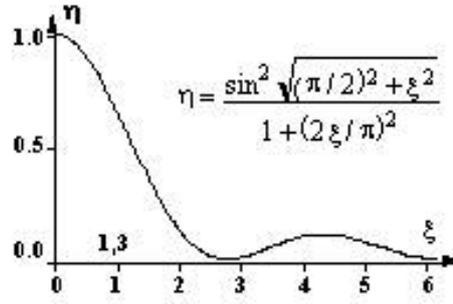


FIGURE 7.1 – Efficacité de diffraction d'un réseau épais en fonction de l'écart ξ à la condition d'accord de Bragg.

– De même

$$\xi = \xi(\theta_B) + \Delta\theta \left[\frac{\xi}{\theta} \right]_{\theta=\theta_B} \quad (7.13)$$

Par définition, $\xi(\theta_B) = 0$ et, en dérivant ξ (7.10), par rapport à

$$\theta : \left[\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_B} = \frac{k_{ac}.d}{2 \cos^2 \theta_B} \left[\pm 1 - \frac{k_{ac}}{2k_i} \sin \theta_B \right]$$

Soit en utilisant la relation 7.4 :

$$\left[\frac{\partial \xi}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_B} = \pm \frac{k_{ac}.d}{2}$$

d'où

$$\xi = \pm \frac{1}{2} k_{ac}.d. \Delta\theta \quad (7.14)$$

On obtient donc :

$$\eta = \frac{\sin^2 \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \left(\frac{k_{ac}.d}{2} \Delta\theta\right)^2}}{1 + \left(\frac{k_{ac}.d}{\pi} \Delta\theta\right)^2}$$

L'efficacité chute de 50 % lorsque

$$\xi = \frac{k_{ac}.d}{2} \Delta\theta \approx 1,3$$

.La largeur à mi-hauteur de la courbe de sélectivité vaut donc :

$$\Delta\theta \approx 2 \frac{2,6 \lambda_{ac}}{2\pi.d} \approx 0,83. \frac{\lambda_{ac}}{d}$$

C'est l'ouverture angulaire à 3 dB du réseau acousto-optique.

Valeurs typiques :

Pour un réseau acoustique de pas $\lambda_{ac} = 100 \mu m$ et d'épaisseur $d = 10 mm$, on trouve une largeur à mi hauteur $\Delta\theta \approx 8,3 mrad$.

7.1.3 Bande passante intrinsèque d'un déflecteur

L'effet acousto-optique permet aussi de contrôler la déflexion d'un faisceau par la fréquence de l'onde acoustique qui se propage dans le matériau. Si l'angle d'incidence est l'angle de Bragg θ_B pour la fréquence centrale f_{ac}^0 :

$$\sin \theta_B = \frac{k_{ac}}{2k_i} = \frac{\lambda_{opt}.f_{ac}^0}{2n_0 v_{ac}} \quad (7.15)$$

Une variation de fréquence δf_{ac} entraîne une variation d'angle de diffraction :

$$\delta\theta = \frac{\lambda_{opt}}{2n_0 v_{ac} \cos \theta_B} \delta f_{ac} \quad (7.16)$$

Cette possibilité est cependant limitée par la condition de Bragg. Nous calculerons ici la largeur de bande $\Delta\nu_{ac}$ correspondant à une chute d'efficacité inférieure à 3 dB.

Dans l'expression de l'efficacité de diffraction :

$$\eta = \nu^2 \frac{\sin^2 \sqrt{\xi^2 + \nu^2}}{\xi^2 + \nu^2},$$

ν est indépendant de la fréquence acoustique . Nous avons vu qu'il est peu différent de $\pi/2$ lorsque la cellule est utilisée à son optimum. Par contre, ξ est une fonction de cette fréquence (7.10) :

A l'angle de Bragg, $\xi(f_{ac}^0) = 0$ et au voisinage de la fréquence centrale, avec

$$f_{ac} = f_{ac}^0 + \Delta f_{ac}$$

et

$$\Delta f_{ac} \ll f_{ac}^0,$$

on peut écrire au premier ordre :

$$\xi = \left(\frac{\partial \xi}{\partial f_{ac}} \right)_{f_{ac}^0} \times \Delta f_{ac} = -\frac{\pi \lambda_{opt} f_{ac}^0 d}{2n_0 v_{ac}^2 \cos \theta_B} \Delta f_{ac} \quad (7.17)$$

Nous simplifierons, comme dans le paragraphe précédent, ces expressions en remarquant que l'angle de Bragg est petit dans ces matériaux acousto-optiques ($\cos \theta_B \approx 1$).

L'efficacité s'écrit comme précédemment :

$$\eta = \frac{\sin^2 \sqrt{(\pi/2)^2 + \xi^2}}{1 + (2\xi/\pi)^2}$$

avec cette fois

$$\xi \approx -\frac{\pi \lambda_{opt} f_{ac}^0 d}{2n_0 v_{ac}^2} \Delta f_{ac} \quad (7.18)$$

Comme précédemment l'efficacité chute donc de 50% lorsque $\xi \approx 1, 3$. soit

$$\Delta f_{ac} = \pm 1, 3 \frac{2n_0 v_{ac}^2}{\pi \lambda_{opt} d f_{ac}^0}$$

La largeur de bande totale à 3 dB est donc :

$$\Delta f = \frac{4.1, 3}{\pi} \frac{n_0 v_{ac}^2}{\lambda_{opt} d f_{ac}^0} = 1, 66. \frac{n_0 v_{ac}^2}{\lambda_{opt} d f_{ac}^0} \quad (7.19)$$

Valeurs typiques :

Soit un milieu (PbMoO₄) d'épaisseur $d = 5 \text{ mm}$, d'indice de réfraction 2,4 à la longueur d'onde de 500 nm .

La vitesse acoustique vaut $3,7 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour une fréquence centrale de 200 MHz , on trouve une bande passante de 110 MHz .

7.2 Les modulateurs acousto-optiques

Un signal radiofréquence (dont la fréquence détermine celle des ondes acoustiques), sert de porteuse à un signal de basse fréquence pour exciter le transducteur d'un modulateur acousto-optique. L'intensité de l'onde acoustique est ainsi modulée. L'intensité du faisceau diffracté est donc contrôlée par le signal basse fréquence.

7.2.1 Bande passante d'un système réel

Rôle de la divergence des faisceaux optiques et acoustiques

Les ondes acoustiques et optiques sont définies par la longueur et la direction de leurs vecteurs d'onde. Or

- Une onde acoustique de fréquence centrale f_{ac}^0 et modulée, a nécessairement une largeur de bande Δf_{ac} . La dimension finie d du transducteur donne elle-même naissance à une onde acoustique d'étendue angulaire $\Delta \theta_{ac}$, avec

$$\Delta \theta_{ac} \approx \frac{\lambda_{ac}}{d} \quad (7.20)$$

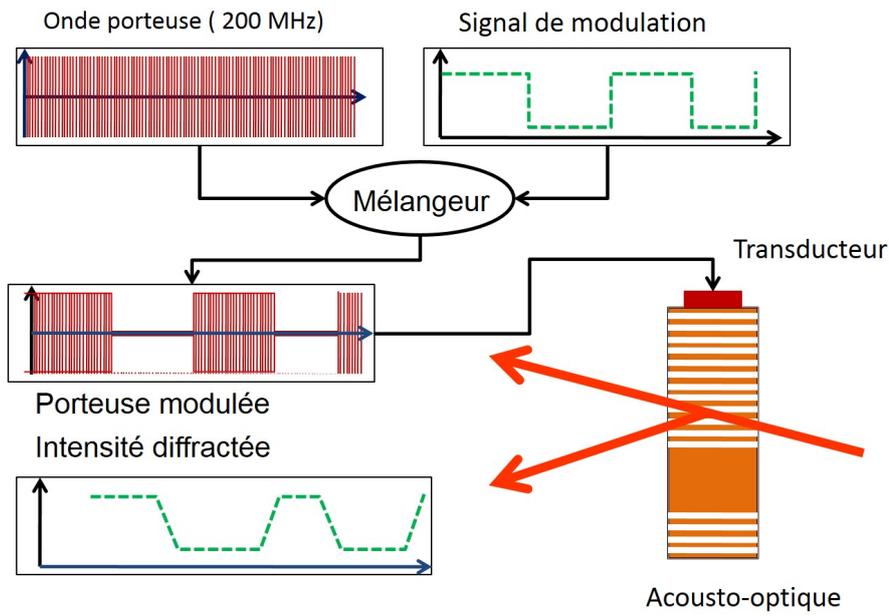


FIGURE 7.2 –

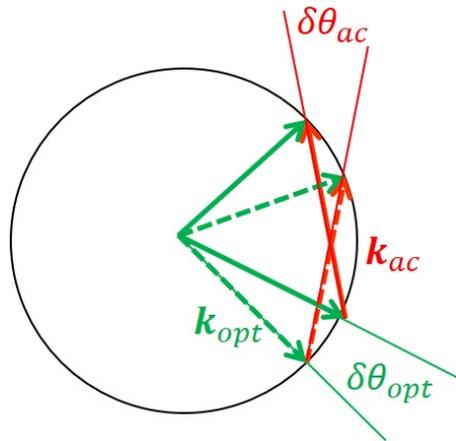


FIGURE 7.3 –

- L'onde optique a une ouverture angulaire finie $\Delta\theta_{opt}$. Pour un faisceau gaussien de "waist" ω_0 , elle est définie par

$$\Delta\theta_{opt} \approx \frac{2\lambda_0}{\pi n_0 \omega_0} \quad (7.21)$$

Ces ondes divergentes peuvent être représentées par une somme d'ondes planes de vecteurs d'ondes respectivement distribués angulairement à l'intérieur de $\Delta\theta_{opt}$ et $\Delta\theta_{ac}$.

En l'absence de divergence du faisceau acoustique, il serait impossible de moduler toutes les composantes d'une onde optique divergente (voir figure ci-dessous).

La dispersion angulaire des vecteurs d'ondes est donc un phénomène favorable en ce sens qu'il est responsable d'une bande passante effective supérieure à celle calculée au paragraphe précédent.

Bande passante

La relation (7.16) établit cette bande passante :

$$\Delta f_{ac} = \frac{2n_0 v_{ac} \cos \theta_B}{\lambda_{opt}} (\Delta\theta_{ac} + \Delta\theta_{opt}) = \frac{2n_0 v_{ac} \cos \theta_B}{\lambda_{opt}} \Delta\theta. \quad (7.22)$$

On peut montrer que, grâce à l'étendue de la bande de fréquences acoustiques, et si

$$\Delta\theta_{ac} \geq \Delta\theta_{opt}, \quad (7.23)$$

alors, pour chaque composante angulaire du faisceau optique, la condition de Bragg peut être exactement satisfaite pour un intervalle fini de vecteurs d'ondes acoustiques. Pour chaque fréquence, une onde plane incidente est diffractée dans une direction différente.

Une unique onde plane est ainsi diffractée dans un intervalle angulaire $2\Delta\theta_{ac}$ ¹ et à chacune des directions de cet intervalle correspond un décalage en fréquence différent.

Si

$$\Delta\theta_{ac} = \Delta\theta_{opt} = \frac{\lambda_{opt}}{\pi n_0 \omega_0}$$

et si l'on souhaite que toutes les composantes de l'onde optique incidentes puissent être modulées par chacune des composantes fréquentielles de l'onde acoustique, il faut limiter la bande de fréquences acoustiques à :

$$\Delta f = \frac{1}{2} \Delta f_{ac} = \frac{2 \cos \theta_B}{\pi} \frac{v_{ac}}{\omega_0} \quad (7.24)$$

(le facteur 1/2 provient du fait que pour obtenir une modulation réelle à la fréquence δf_{ac} sur une porteuse à la fréquence f_{ac}^0 , il faut que la bande passante contienne les fréquences $f_{ac}^0 + \delta f_{ac}$ et $f_{ac}^0 - \delta f_{ac}$)

Cette bande passante est sensiblement égale à l'inverse du temps de propagation de l'onde acoustique à travers le faisceau : elle est inversement proportionnelle au diamètre du faisceau lumineux que l'on a donc tout intérêt à diminuer au maximum. Ce faisant, on augmente cependant la divergence du faisceau qui doit rester inférieure à l'angle de Bragg pour éviter le recouvrement de l'onde diffractée et de l'onde transmise :

$\Delta\theta_{opt} < \theta_B$, s'écrit à partir de (7.21) et (7.22) :

$$\Delta\theta_{opt} = \frac{\lambda_{opt}}{2n_0 v_{ac}} \Delta f_{ac} \leq \theta_B \approx \frac{\lambda_{opt} f_{ac}^0}{2n_0 v_{ac}}$$

d'où

$$\frac{\Delta f_m}{f_{ac}} \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta f_{ac}}{f_{ac}} = \frac{1}{2} \quad (7.25)$$

La bande passante est donc au plus égale à la moitié de la fréquence acoustique. Une modulation à haute fréquence nécessite donc des ondes acoustiques de fréquence élevée, c'est à dire de fortes déviations du faisceau.

Le calcul de la bande passante du modulateur devrait donc prendre en compte l'ensemble de ces paramètres géométriques. De façon plus simple, on néglige souvent la divergence de l'onde acoustique et l'on considère l'interaction d'un faisceau lumineux de diamètre D , et donc de divergence

$$\delta\theta \approx \frac{\lambda_{opt}}{D},$$

avec une onde sonore plane de fréquence comprise entre $f_{ac}^0 - \delta f_{ac}$ et $f_{ac}^0 + \delta f_{ac}$.

La divergence de l'onde optique autorisée par la bande passante $\Delta\nu = 2\delta f_{ac}$ s'écrit alors (figure ci dessous)

$$\delta\theta \approx \frac{2\pi/v_{ac}}{2\pi/\lambda_{opt}} 2\delta f_{ac} \approx \frac{\lambda_{opt}}{v_{ac}} \Delta f$$

La bande passante du modulateur est donc fonction de la divergence du faisceau :

$$\delta f \approx \frac{v_{ac}}{\lambda_{opt}} \delta\theta \quad (7.26)$$

ou de façon équivalente, de son diamètre :

$$\delta f \approx \frac{v_{ac}}{D} \quad (7.27)$$

On améliore donc la bande passante du modulateur acousto-optique

- en choisissant un matériau où la vitesse de propagation des ondes sonores est élevée;
- en minimisant le diamètre de l'onde optique sur le modulateur.

1. Une rotation des strates du réseau se traduit par une rotation double de la direction de l'onde diffractée.

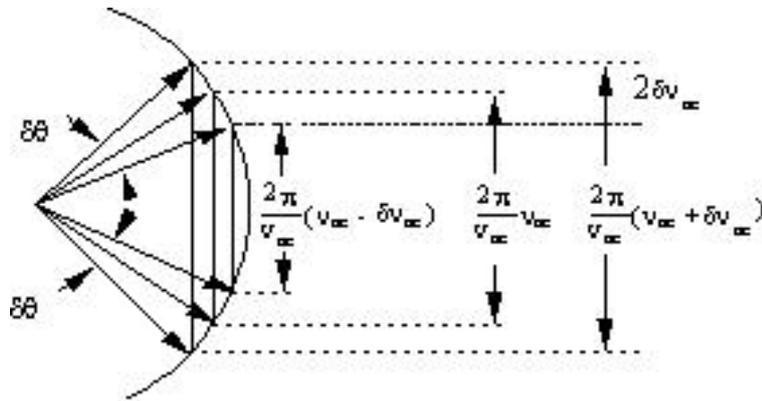


FIGURE 7.4 –

Dans les deux cas, on minimise en effet le temps de transit T de l'onde acoustique à travers l'onde optique. C'est ce qu'exprime la relation (7.27) qui peut en effet s'écrire :

$$\delta f \approx \frac{1}{T} \text{ avec } T = \frac{D}{v_{ac}} \quad (7.28)$$

Ce résultat ne fait qu'exprimer le fait que le temps de montée du signal diffracté est le temps nécessaire au réseau pour s'établir sur toute la hauteur du faisceau.

– Exemples : Angle de Bragg et bande passante

| | Modulateur 1 | Modulateur 2 |
|---|--|--|
| Matériau | quartz fondu | Tellure |
| indice | 1,46 | 4,8 |
| longueur d'onde λ_{opt} | 0,633 μm | 10,6 μm |
| v_{ac} | 6 $km \cdot s^{-1}$ | 2,2 $km \cdot s^{-1}$ |
| f_{ac} | 50 MHz | 100 MHz |
| Faisceau laser | He – Ne $\delta\theta \approx 1 \text{ mrad}$ | CO ₂ : diamètre 1 mm |
| Angle de Bragg : | | |
| $\sin \theta_B = \frac{\lambda_{ac}}{2v_{ac}} \approx \theta_B$ | $\theta_B \approx 2,64 \text{ mrad}$ | $\theta_B \approx 0,24 \text{ rad}$ |
| Bande passante | | |
| $\Delta f =$ | $\delta\theta \cdot \frac{v_{ac}}{\lambda_{opt}} \approx 10,4 \text{ MHz}$ | $\frac{v_{ac}}{D} \approx 2,2 \text{ MHz}$ |

7.2.2 Le modulateur acousto-optique sans effet Doppler

Un modulateur acousto-optique à onde progressive décale en fréquence de l'onde diffractée. Un dispositif à deux cellules croisées alimentées à la même fréquence permet d'éviter ce problème.

En effet, le décalage en fréquence est f_{ac} si l'onde est diffractée dans l'ordre +1. Il est $-f_{ac}$ dans l'ordre -1. En combinant deux diffractions dans des ordres symétriques, on peut donc supprimer ce décalage. Pour que la déviation angulaire ne soit pas elle-même annulée, on peut croiser les modulateurs comme indiqué sur la figure 7.5. Le tableau suivant résume les cas possibles et montre qu'il existe des solutions au problème.

| Onde incidente | modulateur 1 | Modulateur 2 |
|----------------|--|--|
| ω_0 | ordre 1 $\omega_0 + \omega_{ac}$ $\vec{k}_i + \vec{k}_{ac}^1$ | ordre 1 $\omega_0 + 2\omega_{ac}$ $\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{k}_{ac}^1 + \vec{k}_{ac}^2$ |
| | ordre -1 $\omega_0 - \omega_{ac}$ $\vec{k}_i - \vec{k}_{ac}^1$ | ordre -1 ω_0 $\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{k}_{ac}^1 - \vec{k}_{ac}^2$ Solution |
| \vec{k}_i | ordre 1 $\omega_0 + \omega_{ac}$ $\vec{k}_i + \vec{k}_{ac}^1$ | ordre 1 ω_0 $\vec{k}_d = \vec{k}_i - \vec{k}_{ac}^1 + \vec{k}_{ac}^2$ Solution |
| | ordre -1 $\omega_0 - \omega_{ac}$ $\vec{k}_i - \vec{k}_{ac}^1$ | ordre -1 $\omega_0 - 2\omega_{ac}$ $\vec{k}_d = \vec{k}_i - \vec{k}_{ac}^1 - \vec{k}_{ac}^2$ |

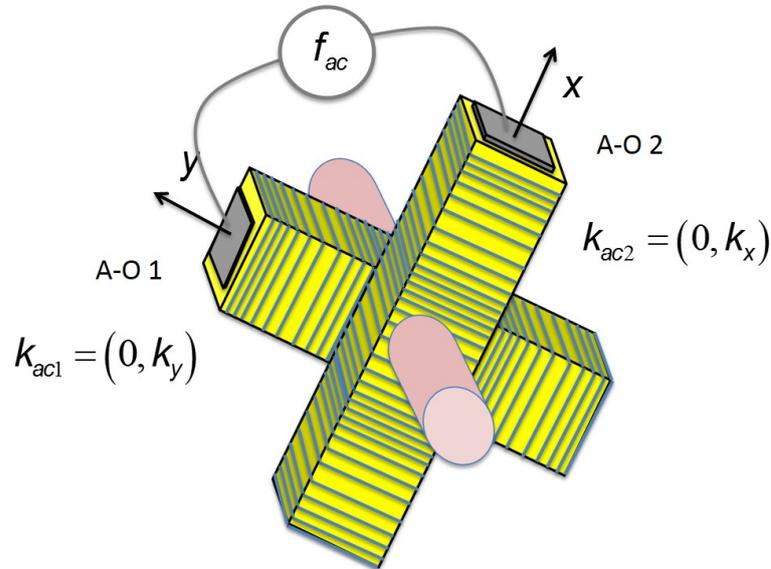


FIGURE 7.5 – Modulateur acousto-optique sans effet Doppler, constitué de deux cellules croisées.

7.3 Les défecteurs acousto-optiques

7.3.1 Augmentation de la bande passante

Comme dans le cas des modulateurs, la bande passante des défecteurs acousto-optiques est limitée par la condition de Bragg, nécessaire à une bonne efficacité. La difficulté est de vérifier, pour un faisceau donné, cette condition de Bragg sur un intervalle de fréquences aussi grand possible. La relation (7.4) qui la définit dans ce chapitre est issue d'une relation plus générale (chapitre 6) :

$$\cos(\Phi - \theta) = \pm \frac{\lambda_{opt}}{2\lambda_{ac}} = \pm \frac{\lambda_{opt}}{2v_{ac}} f_{ac} \quad (7.29)$$

Si θ est l'angle d'incidence, la déviation introduite est 2θ . Elle peut être contrôlée par la fréquence acoustique f_{ac} . L'angle Φ que forment les strates du réseau avec la face d'entrée, est voisin de 90° . Cependant il est possible, en le modifiant, de maintenir la condition d'accord de phase pour une incidence θ donnée, lorsque l'on fait varier f_{ac} dans un intervalle limité.

Nous décrirons rapidement trois méthodes utilisées pour faire varier cet angle et donc augmenter la bande passante des défecteurs acousto-optiques.

Transducteur étroit

C'est une technique dont nous avons déjà parlé : il y a diffraction de l'onde acoustique si la largeur L du transducteur n'est pas grande devant la longueur d'onde λ_{ac} . Elle diverge de $\delta\theta \approx \lambda_{ac}/L$ et son front d'onde est courbé. Les strates du réseau le sont donc aussi et l'angle Φ varie de $\pm\lambda_{ac}/L$ dans l'épaisseur de la cellule (cf. figure 7.6).

La bande passante est constituée de l'ensemble des fréquences telles que la condition de Bragg soit vérifiée sur une partie du réseau.

L'inconvénient de cette méthode est de nécessiter, pour un rendement de diffraction donné, une puissance de commande supérieure. Ce défaut est commun à l'ensemble des solutions présentées ici. Son avantage essentiel réside dans sa simplicité.

Transducteurs en série

Un résultat similaire peut être obtenu au prix d'une technologie plus complexe. Le cristal est taillé de façon à y fixer trois transducteurs permettant d'engendrer, avec le même signal à la fréquence f_{ac} , des ondes acoustiques se propageant dans trois directions différentes (cf. figure 7.7). On forme donc trois réseaux de même pas mais d'inclinaisons variées.

Pour chacun d'eux, la condition de Bragg est obtenue pour une fréquence différente. Lorsque la fréquence varie de $f_{ac}^0 - \delta f_{ac}$ à $f_{ac}^0 + \delta f_{ac}$, on passe successivement, pour une incidence donnée, par l'accord de

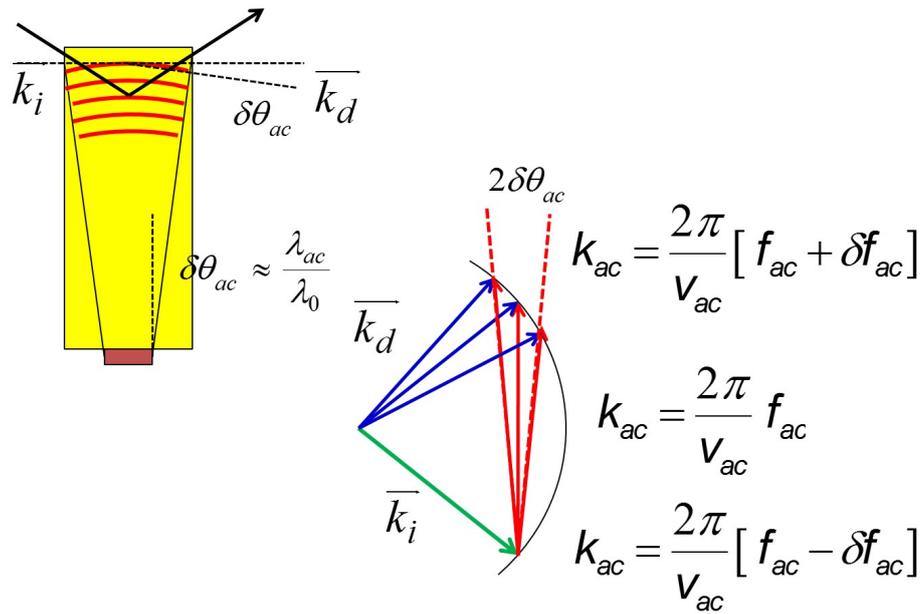


FIGURE 7.6 – Déflecteur acousto-optique à transducteur étroit

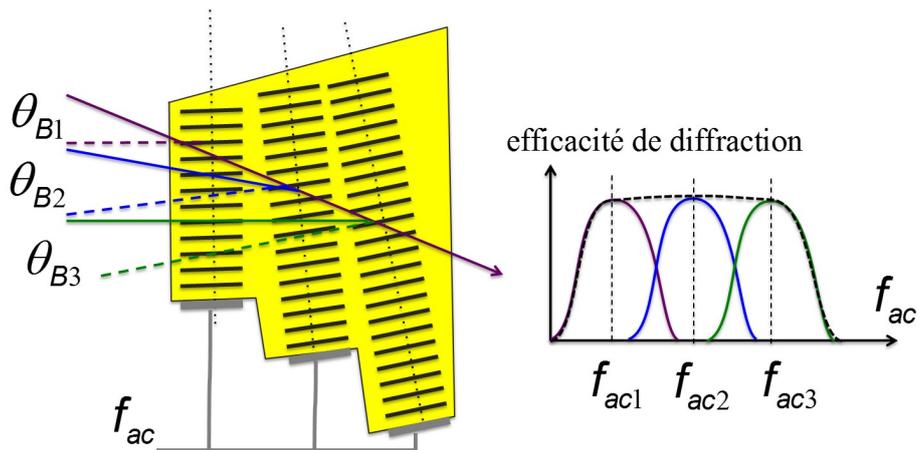


FIGURE 7.7 – Principe d'un déflecteur acousto-optique avec trois transducteurs en série.

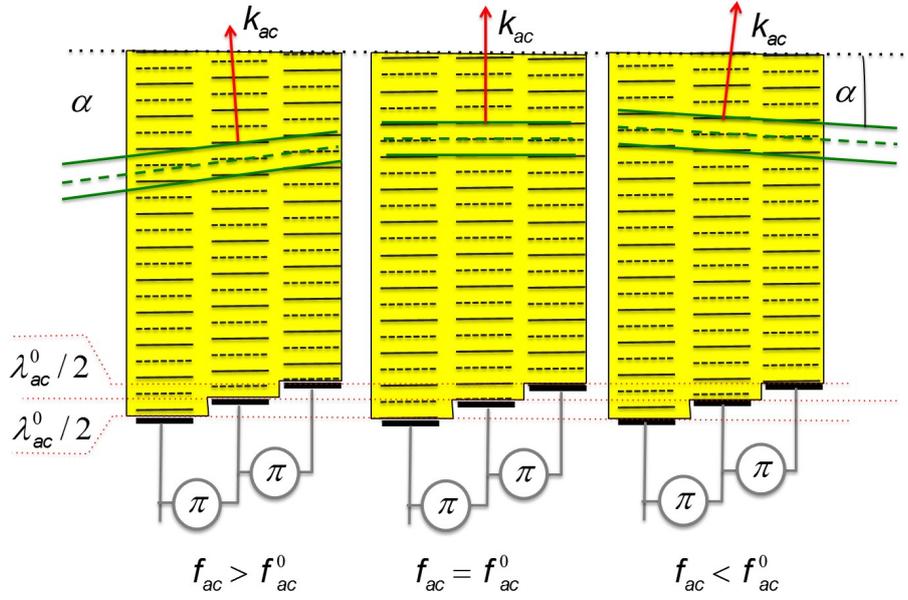


FIGURE 7.8 – Principe du transducteur à échelons

Bragg pour chacun des réseaux. En ajustant l'inclinaison des transducteurs on peut décaler les trois courbes d'accord de Bragg, pour obtenir un accord sur une large gamme de fréquences. Typiquement, on triple la bande passante du déflecteur (ainsi que la puissance de commande nécessaire).

Transducteurs en échelons

Cette solution élégante, utilise dans un cristal de $PbMoO_4$ de 3 cm de long, une technique de mise en phase des transducteurs permettant d'ajuster l'inclinaison de l'onde sonore (cf. figure 7.8). Les transducteurs émettent tous dans la même direction, mais ils sont

- distants latéralement de d , et décalés dans la direction de propagation de l'onde d'une distance correspondant, à la fréquence centrale de fonctionnement f_{ac}^0 , à $\lambda_{ac}^0/2$;
- alimentés par un signal à la fréquence f_{ac} auquel on fait électroniquement subir un déphasage de π , entre chaque transducteur.

Le déphasage de l'onde acoustique émise par le p ième transducteur s'écrit donc :

$$\varphi_p = p \cdot \pi [1 + \lambda_{ac}^0 / \lambda_{ac}] \quad (7.30)$$

or,

$$\frac{\lambda_{ac}^0}{\lambda_{ac}} = \frac{f_{ac}}{f_{ac}^0} = 1 + \frac{\delta f}{f_{ac}^0} \quad (7.31)$$

si bien que

$$\varphi_p = n\pi \frac{\delta f}{f_{ac}^0} \text{ modulo } 2\pi \quad (7.32)$$

– si

$$f_{ac} = f_{ac}^0,$$

tous les transducteurs émettent des ondes acoustiques en phase. L'onde résultant de leur superposition est une onde plane, horizontale sur la figure. L'angle α est nul et $\Phi = \pi/2$. On choisit l'inclinaison θ de l'onde optique incidente pour que la condition d'accord de Bragg soit vérifiée à cette fréquence :

$$\sin \theta = \frac{\lambda_{opt}}{2n_0 v_{ac}} f_{ac}^0 \quad (7.33)$$

– si

$$f_{ac} = f_{ac}^0 + \delta f > f_{ac}^0,$$

le déphasage entre les différents transducteurs, $\varphi_p = p\pi \delta f / f_{ac}^0$, se traduit par une différence de marche δ entre deux ondes acoustiques émises par des transducteurs consécutifs :

$$\delta = \frac{\lambda_{ac}}{2} \frac{\delta f}{f_{ac}^0} \approx \frac{v_{ac}}{2} \frac{\delta f}{(f_{ac}^0)^2} \quad (7.34)$$

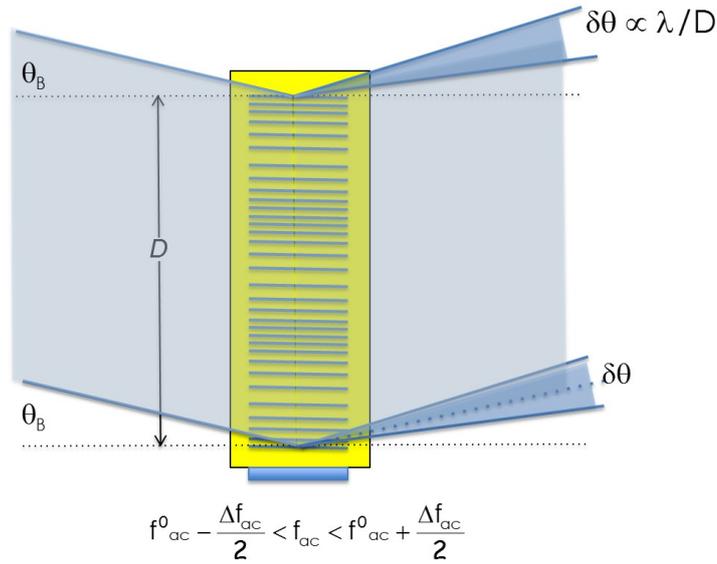


FIGURE 7.9 –

Si d est la distance entre transducteurs, on obtient une onde acoustique plane, inclinée de

$$\alpha \approx \frac{\delta}{d} \approx \frac{v_{ac}}{2d} \frac{\delta f}{(f_{ac}^0)^2} \quad (7.35)$$

– si

$$f_{ac} = f_{ac}^0 - \delta f < f_{ac}^0$$

l'angle α change de signe :

$$\alpha \approx -\frac{v_{ac}}{2d} \frac{\delta f}{(f_{ac}^0)^2} \quad (7.36)$$

Un choix convenable du matériau et de son épaisseur en fonction de la fréquence centrale a ainsi permis de satisfaire la condition d'accord de Bragg sur une largeur de bande de 200 MHz.

7.3.2 Nombre de points résolus par un déflecteur

Un paramètre important pour l'utilisation d'un déflecteur acousto-optique est le nombre de directions distinctes dans lesquelles il est capable de défléchir un faisceau.

A cause de la diffraction, la direction d'un faisceau défléchi est définie avec une incertitude $\delta\theta$, liée au diamètre D du faisceau sur le modulateur. Pour être discernables, deux directions de déflexion doivent être séparées d'un angle supérieur à $\delta\theta$.

La bande passante du modulateur permet, autour de l'angle de Bragg, une déviation angulaire :

$$\Delta\theta = \frac{\lambda_{opt}}{v_{ac}^0} \Delta f_{ac} \quad (7.37)$$

Le nombre de directions résolues est donc simplement :

$$N = \frac{\Delta\theta}{\delta\theta} = \Delta f_{ac} \cdot \frac{D}{v_{ac}} \quad (7.38)$$

Si l'on se rappelle que

$$\tau = \frac{D}{v_{ac}}$$

est le "temps d'accès" du déflecteur (temps mis par l'onde acoustique pour remplir le modulateur), le nombre de points résolus s'écrit :

$$N = \Delta f_{ac} \cdot \tau \quad (7.39)$$

Il est d'autant plus grand que la bande passante est large (on utilisera donc les dispositifs d'élargissement décrits dans les paragraphes précédents). Il croit aussi avec le temps d'accès du déflecteur. On aura donc intérêt à utiliser des matériaux où la vitesse de l'onde acoustique est faible. Il apparaît ainsi que ce ne sont pas les mêmes matériaux qui permettront de réaliser des modulateurs et des déflecteurs optimisés.

– **Exemple : Scanner acousto-optique en quartz fondu :**

Dans ce matériau d'indice $n \approx 1,46$ à $\lambda_{opt} = 633 \text{ nm}$, utilisé pour le balayage d'un laser He-Ne, la vitesse de l'onde acoustique est $v_{ac} = 6 \text{ km/s}$. On désire, pour des fréquences acoustiques comprises entre 40 et 60 MHz, résoudre au moins 100 directions. Quelle dimension minimale de faisceau faut-il utiliser ?

$$N = \Delta f_{ac} \cdot \frac{D}{v_{ac}} \geq 100 \quad \Rightarrow \quad D \geq 100 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^6} \approx 3 \text{ cm}$$

L'angle de balayage vaut

$$\Delta\theta = \lambda \cdot \frac{\Delta f_{ac}}{v_{ac}} \approx 633 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{20 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^3} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

Dans un matériau tel que le verre flint où la vitesse du son est plus faible ($v_{ac} \approx 3 \text{ km/s}$), le nombre de points résolus est plus grand (200 ici, dans les mêmes conditions).

7.4 Applications de l'effet acousto-optique

7.4.1 Les modulateurs multi-faisceaux

Le transducteur du modulateur acousto-optique peut être alimenté par un signal électrique contenant plusieurs fréquences comprises dans la bande passante. Chacune d'elles donne naissance à un faisceau dans une direction qui lui est propre (cf. figure 7.10).

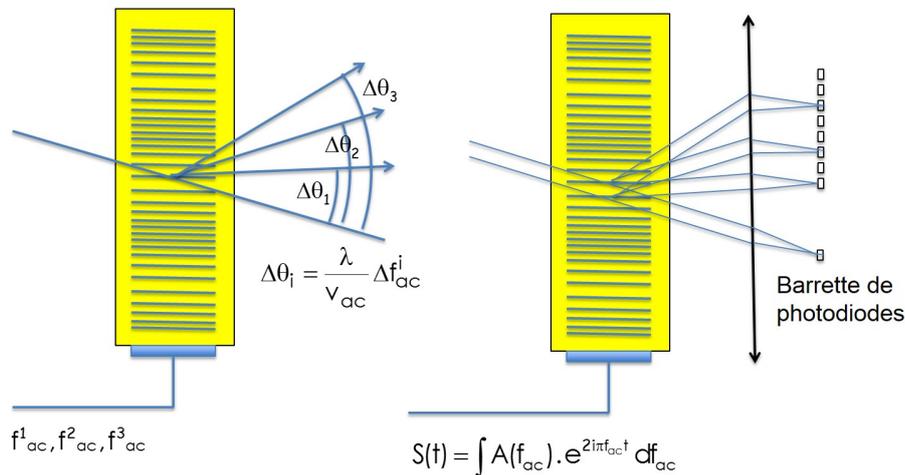


FIGURE 7.10 – Principe du modulateur acousto-optique multi-faisceaux

La modulation séparée de ces n fréquences permet une commande à accès aléatoire de n points lumineux. Chaque fréquence est l' "adresse " d'un point. L'intensité de chaque fréquence définit l'efficacité de diffraction dans chaque direction. On réalise ainsi un analyseur de spectre. Il suffit pour cela de recueillir à l'aide d'une lentille, sur une barrette de photodiodes, les ondes diffractées.

L'analyseur de spectre RF intégré

Il s'agit d'une réalisation particulièrement significative qui intègre les propriétés que nous avons décrites dans ces chapitres. L'effet acousto-optique est obtenu à l'aide d'ondes de surfaces (cf. figure 7.11). La cellule est constituée par une lame mince de Niobate de lithium ($LiNbO_3$), un excellent matériau élasto-optique et piézoélectrique. Le transducteur est réalisé en déposant en surface, un peigne d'électrodes interdigitées. Pour augmenter la bande passante, on en a implanté deux avec un angle différent et fonctionnant à des fréquences différentes.

On sait modifier superficiellement l'indice de réfraction du Niobate de lithium en y faisant diffuser des ions étrangers (ici des ions de titane formant une couche de haut indice de 280 \AA d'épaisseur). Il est ainsi possible d'y créer un guide de lumière. Le faisceau d'une diode laser y est couplé par la tranche et collimaté dans le guide par une lentille géodésique (une dépression asphérique à symétrie circulaire). Les ondes diffractées sont focalisées sur une barrette de 140 détecteurs par une seconde lentille du même type.

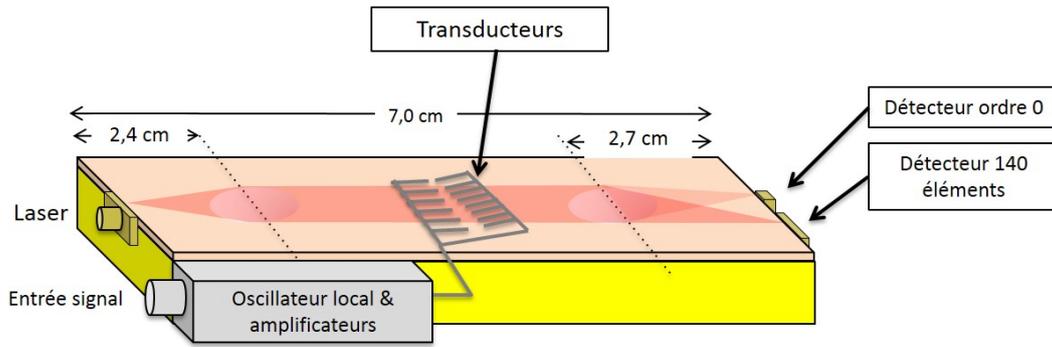


FIGURE 7.11 – Principe de l'analyseur de spectre intÃ©grÃ©

Une bande passante de 400 MHz centrée à 600 MHz a ainsi été obtenue. L'efficacité de diffraction est d'environ 5% pour une puissance RF de 60 mW et la déflexion est, dans cette bande, de $2,2 \mu\text{m}/\text{MHz}$. Ce système est utilisé pour le traitement de signaux radar.

Modulateur spatial de lumière acousto-optique

Un modulateur acousto-optique peut aussi être utilisé comme un modulateur spatial de lumière, c'est à dire comme un dispositif permettant de transcrire sur la distribution d'intensité d'une onde optique l'information électrique (en provenance d'une caméra ou d'un ordinateur) décrivant une image.

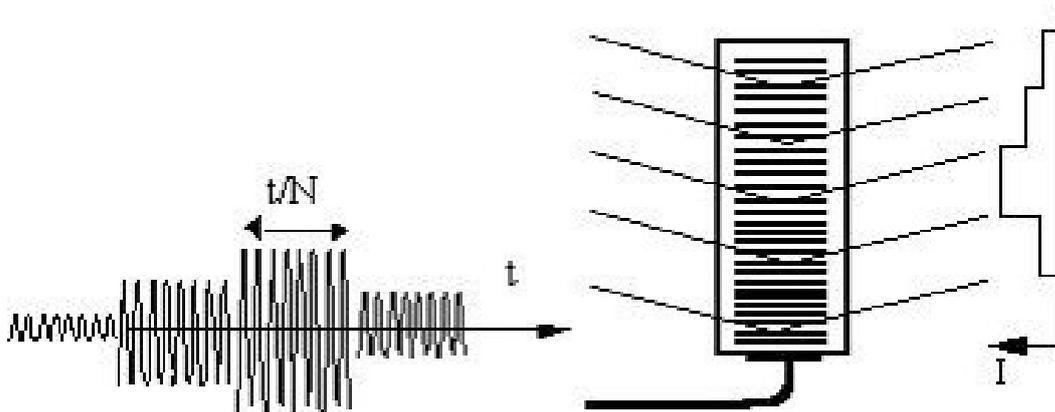


FIGURE 7.12 –

On considère pour cela le modulateur comme constitué de N cellules (4 sur la figure). Le signal électrique est lui-même formé de N segments de même fréquence, dont on module l'amplitude selon l'intensité que l'on veut affecter à chacun des points de l'image.

Interconnexions par modulateurs acousto-optiques

Le dispositif précédent peut être généralisé pour réaliser des interconnexions optiques. On peut ainsi commuter L faisceaux optiques vers M directions différentes.

Les L faisceaux constituant les entrées optiques tombent sur L segments d'un modulateur acousto-optique. Le signal de commande électrique permet de former, dans chacun des L segments, une onde acoustique comportant M fréquences. Ce signal est donc composé de L segments de même longueur dont le spectre contient M fréquences.

Les sorties sont constituées par M détecteurs vers lesquels chacun des L faisceaux peut être dirigé. L'intensité sur ces M détecteurs est la somme des contributions des L segments. Les signaux correspondant à une cellule ont une durée τ/L où τ est le temps d'accès du modulateur tout entier. Chaque fréquence transmise nécessite donc au minimum une largeur de bande L/τ . Pour pouvoir utiliser M fréquences par cellule, il faut disposer au moins d'une bande passante totale :

$$\Delta\nu \geq M.L/\tau$$

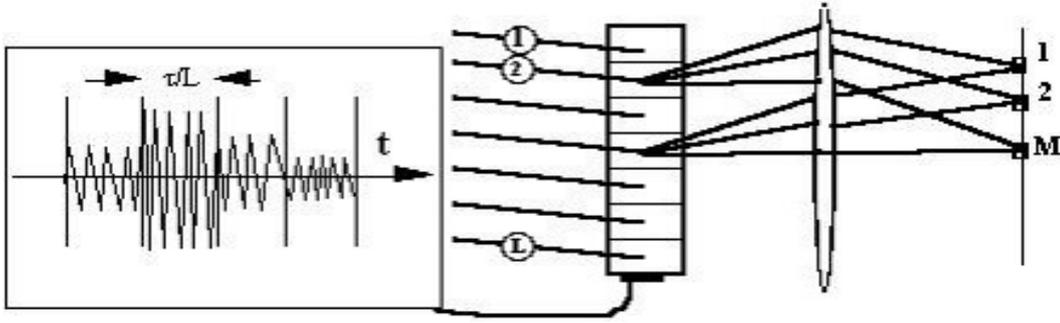


FIGURE 7.13 –

soit :

$$M.L < \Delta\nu.\tau = N \quad (7.40)$$

Le produit $M.L$ est donc limité au nombre de directions indépendantes adressables par le défecteur acousto-optique.

7.4.2 Déviateur acousto-optique à deux dimensions

Il est possible de concevoir des systèmes tels que celui de la figure suivante, où deux dispositifs en cascade réalisent une déflexion à deux dimensions. Le problème qui se pose, lorsque l'on cascade deux modulateurs acousto-optiques, est de préserver l'incidence de Bragg sur le second, alors que le premier défléchit le faisceau. En fait, la sélectivité de Bragg n'est importante que dans la direction perpendiculaire aux strates du réseau. On peut en fait changer l'incidence dans le plan de ces strates, sans perdre notablement en efficacité de diffraction.

L'utilisation de lentilles cylindriques permet de découpler les deux déviations. Les schémas en vues latérales et de dessus permettent d'illustrer ce fonctionnement.

7.4.3 Déviateur à balayage séquentiel

Ce déviateur utilise une modulation "en dents de scie" linéaire de la fréquence acoustique :

$$f_{ac}(t) = f_0 + \frac{\Delta f}{T}t \quad (7.41)$$

Il en résulte, dans la cellule, une variation spatiale linéaire du pas du réseau qui se traduit par une focalisation du faisceau optique incident.

L'angle de diffraction s'écrit en effet :

$$\theta(t, z) = \frac{\lambda f_{ac}}{v_{ac}} = \frac{\lambda}{v_{ac}} \left[f_0 + \frac{\Delta f}{T} \left(t - \frac{z}{v_{ac}} \right) \right] \quad (7.42)$$

Deux rayons lumineux incidents parallèles et distants de dz à l'entrée du défecteur, se coupent en sortie à une distance f définie par :

$$f.\theta(z + dz) - f.\theta(z) = dz$$

soit :

$$\frac{1}{f} = \frac{d\theta}{dz} \quad (7.43)$$

Or,

$$\frac{d\theta(t, z)}{dz} = -\frac{\lambda}{v_{ac}^2} \frac{\Delta f}{T}$$

La focale équivalente au défecteur vaut donc :

$$f = \frac{T.v_{ac}^2}{\lambda.\Delta f} \quad (7.44)$$

En plus de ces capacités de concentration de la lumière, la cellule ainsi commandée remplit son rôle de déviateur. Cela est illustré par la figure suivante qui montre que toute la période du signal n'est pas utilisable.

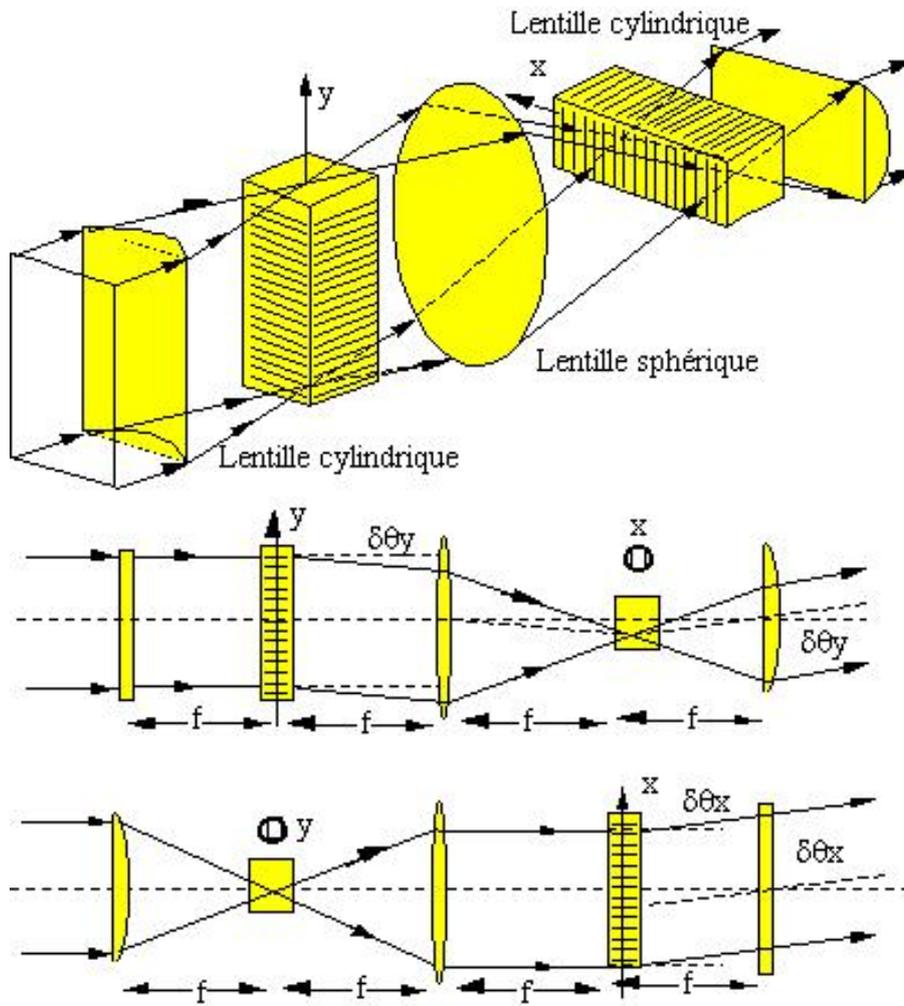


FIGURE 7.14 -

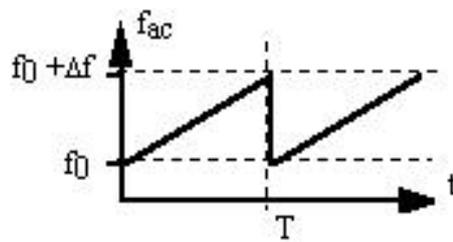


FIGURE 7.15 -

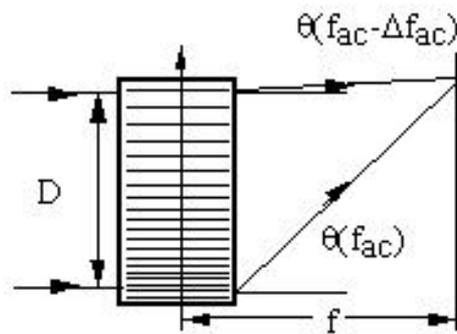


FIGURE 7.16 -

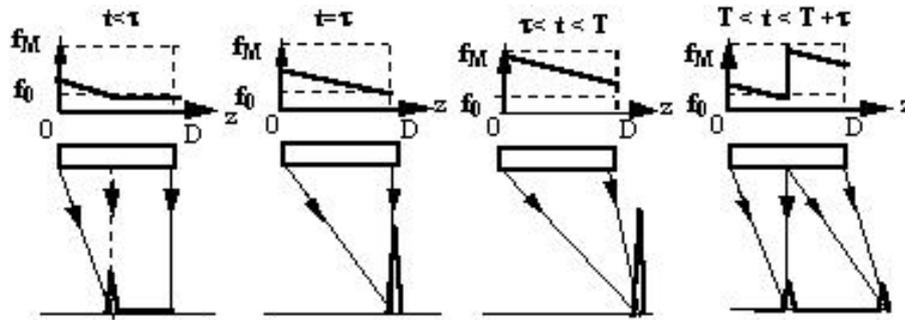


FIGURE 7.17 –

1. entre l'instant origine et le temps t (temps d'accès de la cellule), le réseau n'existe pas dans toute la cellule. La focalisation est incomplète
2. entre les instants t et T , le réseau occupe l'ensemble de la cellule et sa fréquence évolue linéairement. On a donc les propriétés de focalisation et de balayage.
3. entre les instants T et $T+t$, deux portions de réseaux sont présentes. Elles correspondent à deux périodes différentes de la rampe. On observe donc deux "spots" séparés.

7.4.4 Projection d'images TV sur écran

Les systèmes de projection par laser peuvent former des images de grandes dimensions. Dans un tel système, le signal vidéo à traiter est tout d'abord utilisé pour moduler le faisceau laser. Pour des images monochromes, on utilise un modulateur longitudinal à bande passante large. Ce faisceau modulé doit ensuite pouvoir être dévié séquentiellement vers chaque point de l'écran de projection. On utilise pour cela deux déflecteurs croisés. Le plus lent assure le balayage vertical (selon x) (balayage de 1024 ligne à 60 Hz); le second, plus rapide ($60 \times 1024 = 61,44$ kHz, permet de balayer horizontalement l'image en adressant 1280 points. Le modulateur doit permettre d'adresser les $1,3 \cdot 10^6$ points, 60 fois par seconde. Il doit donc avoir une bande passante de l'ordre de 160 MHz.

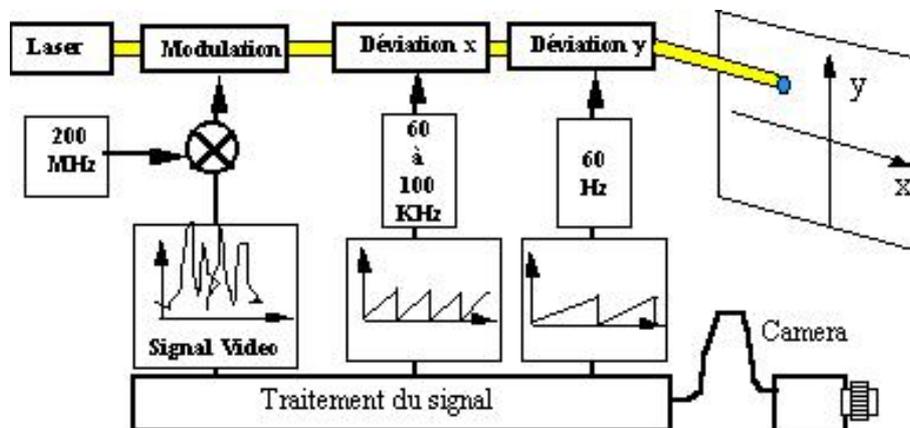


FIGURE 7.18 –

7.4.5 Corrélateurs acousto-optiques

La corrélation de deux signaux temporellement variables permet d'en établir les similitudes. Elle est en particulier utilisée dans le traitement des signaux radar.

Le signal à traiter, $S_1(t)$ est transformé en une modulation d'indice :

$$n_1(x, t) \propto S_1(x - v_{ac}t) \exp i(\omega_{ac}t - k_{ac}x)$$

Éclairée par une onde plane, la cellule diffracte une onde dont l'amplitude s'écrit, si l'interaction est faible :

$$E_1(x, t) \propto S_1(x - v_{ac}t) \exp i(\omega_0 + \omega_{ac})t$$

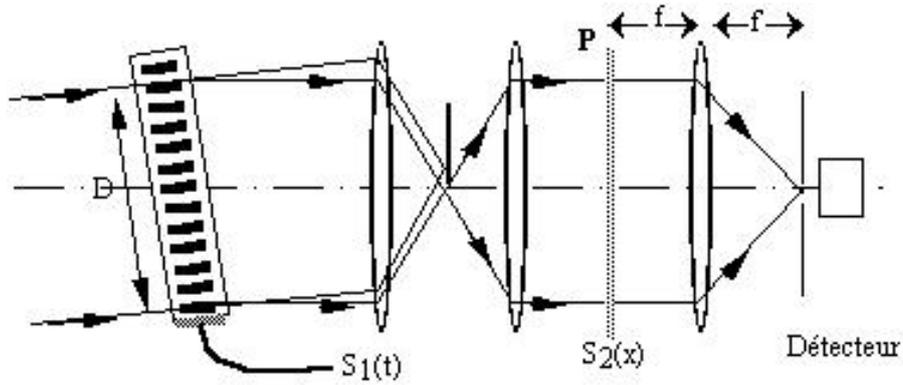


FIGURE 7.19 –

Les deux premières lentilles forment l'image du modulateur dans le plan P. Un diaphragme bloque l'onde directement transmise. Dans le plan P, est placé un masque dont la transparence $S_2(x)$ contient l'information sur le signal de référence (le signal à reconnaître). L'amplitude en sortie de ce plan s'écrit :

$$E_t(x, t) \propto S_1(x - v_{ac}t) S_2(x) \exp i(\omega_0 + \omega_{ac})t \quad (7.45)$$

Le plan P est dans le plan focal objet de la troisième lentille, qui forme la transformée de Fourier de $E_t(x, t)$ dans son plan focal image. Un trou placé sur l'axe optique isole le terme central de cette transformée de Fourier, c'est à dire la valeur moyenne :

$$E_c(t) \propto \exp i(\omega_0 + \omega_{ac})t \int_{-D/2}^{+D/2} S_1(x - v_{ac}t) S_2(x) dx \quad (7.46)$$

Un détecteur quadratique fournit un signal de sortie :

$$I(t) \propto \left| \int_{-D/2}^{+D/2} S_1(x - v_{ac}t) S_2(x) dx \right|^2 \quad (7.47)$$

Si l'on choisit S_2 comme le complexe conjugué de S_1 , on obtient la corrélation des deux signaux. La comparaison d'une impulsion radar avec son écho fournit ainsi un pic de corrélation dont la position renseigne sur le temps de vol de l'impulsion entre son émission et sa réception. Elle mesure la position de la cible.

Troisième partie

ANNEXES

Chapitre 8

Principe de réduction d'un tenseur

Soit $[a]$ une transformation géométrique de l'espace à trois dimensions, qui transforme une base de vecteurs unitaires $\mathcal{B}' = \{\vec{u}'_1, \vec{u}'_2, \vec{u}'_3\}$ en une base de vecteurs unitaires $\mathcal{B} = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$:

$$\vec{u}_p = \sum_i a_{ip} \vec{u}'_i,$$

aussi noté, en omettant le signe de sommation :

$$\vec{u}_p = a_{ip} \vec{u}'_i.$$

Le passage d'un système de coordonnées à l'autre s'opère de la façon suivante :

- Pour un vecteur \vec{r} de coordonnées r_p dans la base \mathcal{B} et r'_i dans la base \mathcal{B}' ,

$$r'_i = a_{ip} r_p.$$

- Pour un tenseur de rang 2 de coefficients T_{pq} dans la base \mathcal{B} et T'_{ij} dans la base \mathcal{B}' ,

$$T'_{ij} = a_{ip} a_{jq} T_{pq}.$$

- Pour un tenseur de rang 3 de coefficients T_{pqr} dans la base \mathcal{B} et T'_{ijk} dans la base \mathcal{B}' ,

$$T'_{ijk} = a_{ip} a_{jq} a_{kr} T_{pqr}.$$

- etc...

Cette relation se généralise à tous les ordres. Dans le cas de la symétrie d'inversion, on a $a_{ij} = -\delta_{ij}$, où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Par conséquent

$$T'_{ijk} = a_{ip} a_{jq} a_{kr} T_{pqr} = -\delta_{ip} \delta_{jq} \delta_{kr} T_{pqr} = -T_{ijk}.$$

Si le matériau est invariant par la symétrie d'inversion, tous ses tenseurs d'ordre 3 sont nuls.

Cette règle de transformation des tenseurs a été traduite par Fumi (1952) en une méthode mnémotechnique simple : nous la présenterons dans le cas de la symétrie d'inversion, avant de l'appliquer au K.D.P..

La symétrie d'inversion transforme les axes de la façon suivante :

$$x_1 \rightarrow -x_1 \quad x_2 \rightarrow -x_2 \quad x_3 \rightarrow -x_3$$

Les coefficients des tenseurs subissent la même transformation que les coordonnées. Pour un tenseur d'ordre 3, on a ainsi (par exemple) :

$$x_1 x_2^2 \rightarrow (-x_1)(x_2)(x_2) = -x_1 x_2^2 \quad \text{et} \quad d_{122} \rightarrow -d_{122}$$

Cette transformation ne doit pas modifier le tenseur donc $d_{122} = -d_{122}$. La règle mnémotechnique est donc d'écrire l'effet sur les coefficients, des transformations qui laissent le matériau invariant et de transformer le signe \rightarrow en un signe $=$.

Chapitre 9

Annexe 1 : Effet électro-optique linéaire

9.1 Symétrie triclinique

9.1.1 Classe 1

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

9.2 Symétrie monoclinique

9.2.1 Classe 2

$$\text{axe 2} \parallel y \quad \begin{bmatrix} 0 & r_{12} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & r_{32} & 0 \\ r_{41} & 0 & r_{43} \\ 0 & r_{52} & 0 \\ r_{61} & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad \text{axe 2} \parallel z \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & 0 \\ r_{51} & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

9.2.2 Classe m

$$m \perp y \quad \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & r_{13} \\ r_{21} & 0 & r_{23} \\ r_{31} & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{51} & 0 & r_{53} \\ 0 & r_{62} & 0 \end{bmatrix} \quad m \perp z \quad \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & 0 \\ 0 & 0 & r_{43} \\ 0 & 0 & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & 0 \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

9.3 Symétrie orthorhombique

9.3.1 Classe 222

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Matériau} & \lambda (\mu m) & \begin{matrix} r_{ij} \\ 10^{-12} m.V^{-1} \end{matrix} & \text{indice} \\ \hline a-HIO_3 & 0,633 & \begin{matrix} r_{41} = 6,6 \\ r_{52} = 7,0 \\ r_{63} = 6,0 \end{matrix} & \begin{matrix} n_x = 1,8365 \\ n_y = 1,984 \\ n_z = 1,960 \end{matrix} \\ \hline \end{array} \quad (9.4)$$

9.3.2 Classe 2mm

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Matériau} & \lambda (\mu m) & \begin{array}{c} r_{ij} \\ 10^{-12} m.V^{-1} \end{array} & \text{indice} \\ \hline \text{KNbO3} & 0,633 & \begin{array}{l} r_{13} = 28 \\ r_{42} = 380 \\ r_{51} = 105 \\ r_{23} = 1,3 \end{array} & \begin{array}{l} n_x = 2,280 \\ n_y = 2,329 \\ n_z = 2,169 \end{array} \\ \hline \end{array} \quad (9.5)$$

9.4 Symétrie tétragonale

9.4.1 Classes 4 et $\bar{4}$

$$\begin{array}{c} \text{Classe 4} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Classe } \bar{4} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & -r_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & -r_{51} & 0 \\ r_{51} & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \end{array} \quad (9.6)$$

9.4.2 Classes 422 et 4mm

$$\begin{array}{c} \text{Classe 422} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Classe 4mm} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad (9.7)$$

9.4.3 Classe $\bar{4}2m$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix} \quad (9.8)$$

| Matériaux | $\lambda (\mu m)$ | $\begin{array}{c} r_{ij} \\ (10^{-12} m.V^{-1}) \end{array}$ | indice |
|-------------------------|-------------------|--|----------------------------------|
| KH_2PO_4 (KDP) | 0,546 | $r_{41} = 8,77$ $r_{63} = 10,3$ | $n_o = 1,5115$ $n_e = 1,4698$ |
| KD_2PO_4 (KD*P) | 0,546 | $r_{41} = 8,8$ $r_{63} = 26,8$ | $n_o = 1,5079$ $n_e = 1,4683$ |
| $NH_4H_2PO_4$ (ADP) | 0,546 | $r_{41} = 23,76$ $r_{63} = 8,56$ | $n_o = 1,5266$ $n_e = 1,4808$ |
| $NH_4D_2PO_4$ (AD*P) | 0,546 | $r_{41} = 40$ $r_{63} = 10$ | $n_o = 1,516$ $n_e = 1,475$ |

9.5 Symétrie trigonale

9.5.1 Classes 3 et 32

$$\begin{array}{c} \text{Classe 3} \end{array} \begin{bmatrix} r_{11} & -r_{22} & r_{13} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} \text{Classe 32} \end{array} \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ -r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{41} & 0 \\ 0 & -r_{11} & 0 \end{bmatrix} \qquad (9.9)$$

9.5.2 Classe 3m

$$\begin{array}{c} m \perp x \end{array} \begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} m \perp y \end{array} \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & r_{13} \\ -r_{11} & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{11} & 0 \end{bmatrix} \qquad (9.10)$$

| Matériau | λ (μm) | $\frac{r_{ij}}{10^{-12}m.V^{-1}}$ | indice |
|-----------|-----------------------------|--|--------------------------------|
| $LiNbO_3$ | 0,633 | $r_{13} = 9,6$ $r_{22} = 6,8$ $r_{33} = 30,9$ $r_{51} = 32,6$ | $n_o = 2,286$ $n_e = 2,200$ |
| $LiTaO_3$ | 0,633 | $r_{13} = 8,4$ $r_{22} = -0,2$ $r_{33} = 30,5$ | $n_o = 2,176$ $n_e = 2,180$ |

(9.11)

9.6 Symétrie Hexagonale

$$\begin{array}{c} \text{Classe } \bar{6} \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} \text{Classe } 6mm \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (9.12)$$

$$\begin{array}{c} \text{Classe } 622 \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} \text{Classe } \bar{6} \end{array} \begin{bmatrix} r_{11} & -r_{22} & 0 \\ -r_{11} & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \end{bmatrix} \qquad (9.13)$$

9.6.1 Classe $\bar{6}m2$

$$\begin{array}{c} m \perp x \end{array} \begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{c} m \perp y \end{array} \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ -r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_{11} & 0 \end{bmatrix} \qquad (9.14)$$

Chapitre 10

Annexe 2 : Effet électro-optique quadratique

10.1 Isotrope

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (10.1)$$

| Substance | λ_0 (μm) | n | K (m.V^{-2}) |
|--------------|-------------------------------|-------|---------------------------|
| Benzène | 0,633 | 1,496 | $4,14 \cdot 10^{-15}$ |
| CS_2 | 0,633 | 1,619 | $3,18 \cdot 10^{-14}$ |
| | 1,000 | 1,596 | $1,84 \cdot 10^{-14}$ |
| Eau | 0,589 | | $5,1 \cdot 10^{-14}$ |
| Nitrobenzène | 0,589 | | $2,44 \cdot 10^{-12}$ |

(10.2)

La constante K est la constante Kerr du milieu donnée par l'équation (2.44).

10.2 Symétrie cubique

10.2.1 Classes $\bar{4}3m$, 423 et $m\bar{3}m$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{pmatrix} \quad (10.3)$$

10.3 Symétrie hexagonale

10.3.1 Classes $6m2$, $6mm$, 622 et $6/mmm$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{31} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (10.4)$$

10.4 Symétrie trigonale

10.4.1 Classes $3m$, 32 et $\bar{3}m$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{31} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{41} & -s_{41} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{14} & \frac{s_{11}-s_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (10.5)$$

10.5 Symétrie tétragonale

10.5.1 Classes $4mm$, $\bar{4}2m$, 422 , et $4/m$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{31} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix} \quad (10.6)$$

10.5.2 Classes 4 , $\bar{4}$ et $4/m$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & s_{16} \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & -s_{16} \\ s_{31} & s_{31} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_{45} & s_{44} & 0 \\ s_{61} & -s_{61} & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{pmatrix} \quad (10.7)$$

Chapitre 11

Annexe 3 : Effet photo-élastique

Le nombre de coefficients tensoriels indépendants est encore réduit par les symétries du cristal. En effet, toutes les transformations géométriques par lesquelles la structure du cristal reste identique à elle-même doivent être sans effet sur les tenseurs qui le caractérisent. On obtient ainsi un certain nombre de relations supplémentaires. Pour chaque classe de symétrie, la forme de chaque tenseur peut ainsi être définie. Le tableau suivant (repris de Nye), donne les formes finales, sous forme réduite, des tenseurs élasto-optique des 32 classes cristallographiques. Les valeurs des coefficients non nuls doivent ensuite être déterminées expérimentalement pour chaque matériau.

11.1 Symétrie isotrope :

2 composantes sont indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (11.1)$$

| Matériau | $\lambda \mu m$ | p_{11} | p_{12} |
|--|-----------------|------------|------------|
| Silice fondue | 0,633 | 0,121 | 0,270 |
| As ₂ S ₃ (vitreux) | 1,15 | 1,582 | 0,0111 |
| eau | 0,633 | $\pm 0,31$ | $\pm 0,31$ |
| Ge ₃₃ Se ₃₃ As ₁₂ | 1,06 | $\pm 0,21$ | $\pm 0,21$ |
| lucite | 0,633 | $\pm 0,30$ | $\pm 0,28$ |

11.2 Symétrie cubique (*classes $\bar{4}3m, 423$ et $m3m$*)

3 composantes sont indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{pmatrix} \quad (11.2)$$

| Matériau | $\lambda(\mu m)$ | p_{11} | p_{12} | p_{44} |
|--|------------------|----------|----------|----------|
| GaAs | 1,15 | -0,165 | -0,140 | -0,072 |
| CdTe | 10,6 | -0,152 | -0,017 | -0,057 |
| β -ZnS | 0,633 | -0,091 | -0,01 | 0,075 |
| Y ₃ Al ₅ O ₁₂ | 0,633 | -0,029 | 0,0091 | -0,0615 |

11.3 Symétrie hexagonale ($\bar{6}m2$, $6mm$, 622 et $6/mmm$)

6 composantes sont indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{22} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (11.3)$$

| | | | |
|--------------|----------|----------|-------------|
| CdS | p_{11} | p_{12} | p_{13} |
| $0,633\mu m$ | -0,142 | -0,066 | -0,057 |
| | p_{31} | p_{33} | p_{44} |
| | -0,041 | -0,020 | $\pm 0,054$ |

Pour les classes $6\bar{6}$ et $6/m$ de la symétrie hexagonale, 8 composantes sont indépendantes

11.4 Symétrie trigonale ($3m$, 32 et $\bar{3}m$)

8 composantes sont indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{22} & p_{13} & -p_{14} & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ p_{14} & -p_{14} & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{41} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{14} & \frac{p_{11}-p_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (11.4)$$

| Matériau | λ (μm) | p_{11} | p_{12} | p_{13} | p_{14} | p_{31} | p_{33} | p_{41} | p_{44} |
|---------------------|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Al_2O_3 | 0,644 | -0,23 | -0,03 | 0,02 | 0,00 | -0,04 | -0,20 | 0,01 | -0,10 |
| $LiNbO_3$ | 0,633 | -0,026 | 0,090 | 0,133 | -0,075 | 0,179 | 0,071 | -0,151 | 0,146 |
| $LiTaO_3$ | 0,633 | -0,081 | 0,081 | 0,093 | -0,026 | 0,089 | -0,044 | -0,085 | 0,028 |
| SiO_2 (quartz) | 0,589 | 0,16 | 0,27 | 0,27 | -0,030 | 0,29 | 0,10 | -0,047 | -0,076 |

On trouve 12 coefficients indépendants pour les classes 3 et $\bar{3}$.

11.5 Symétrie tétragonale ($4mm$, $\bar{4}2m$, 422 , et $4/mmm$)

Pour les classes on trouve 7 composantes indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66} \end{pmatrix} \quad (11.5)$$

| Matériaux à $\lambda = 0,633\mu m$ | p_{11} | p_{12} | p_{13} | p_{31} | p_{33} | p_{44} | p_{66} |
|---------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|
| $(NH_4)H_2PO_4$ (ADP) | 0,296 | 0,243 | 0,208 | 0,188 | 0,228 | | |
| KH_2PO_4 (KDP) | 0,254 | 0,230 | 0,233 | 0,221 | 0,212 | | -0,0552 |
| TiO_2 (rutile) | -0,011 | 0,172 | -0,168 | -0,0965 | -0,058 | | $\pm 0,072$ |

11.6 Symétrie tétragonale ($4, \bar{4} et 4/m$)

On trouve 10 composantes indépendantes

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & p_{16} \\ p_{12} & p_{11} & p_{13} & 0 & 0 & -p_{16} \\ p_{31} & p_{31} & p_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_{45} & p_{44} & 0 \\ p_{61} & -p_{61} & 0 & 0 & 0 & p_{66} \end{pmatrix} \quad (11.6)$$

| | | | | | |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $PbMoO_4$ | p_{11} | p_{12} | p_{13} | p_{16} | p_{31} |
| | 0,24 | 0,24 | 0,0255 | 0,017 | 0,175 |
| à | p_{33} | p_{44} | p_{45} | p_{61} | p_{66} |
| 0,633 μm | 0,300 | 0,067 | -0,01 | 0,013 | 0,05 |