

Séminaire sur la cohomologie étale et les angles des sommes de Kloosterman

Jeudi 9h30 - 10h30

Salle Kampé de Fériet - Laboratoire Painlevé, Batiment M2

Introduction

Le but de ce séminaire est de se familiariser avec la cohomologie étale et ℓ -adique, avec en vue les applications de l'hypothèse de Riemann [3, Weil II] aux sommes exponentielles sur les corps finis. L'objectif concret sera de démontrer un résultat de Katz [5], qui montre que les angles des sommes de Kloosterman mod p s'équidistribuent selon la loi de Sato-Tate quand $p \rightarrow \infty$. Pour un survey de la théorie, on pourra consulter Laumon [10].

Les références originales pour la cohomologie étale sont les EGA et SGA 1,4,4 1/2, 5,7. Des références plus concises sont Milne [12] et Freitag-Kiehl [4]. À partir de l'exposé sur les complexes de faisceaux ℓ -adiques, on pourra s'appuyer sur Kiehl-Weissauer [9].

Pour une présentation plus informelle, voir les notes de Milne [11] et Conrad [1].

Pour préparer les exposés, je propose de suivre les notes de ce séminaire sur Weil II donné à Stanford : <http://virtualmath1.stanford.edu/~conrad/Weil2seminar/>

Dans le programme ci-dessous, [Lx] représente les notes de l'exposé x de ce séminaire.

Programme

1. (21/09, Arthur) Morphismes étales [L1, L2 1.1]
2. (28/09, Xiaodong) Faisceaux étales: définition, site étale, exemple des corps, faisceautisation, suites exactes de Kummer et Artin-Schreier, extension par zéro [L2, à partir de 1.3]
(5/10) Pas d'exposé
3. (12/10, Didier) Groupe fondamental étale [L3 3]
(19/10) Pas d'exposé
4. (26/10, Mladen) Cohomologie étale, calcul du H^1 en terme de toseurs, cohomologie à support [L3 5-6]
5. (9/11, Nils) Constructibilité [L3 1], changement de base propre et lisse [L6 1, L7 1], théorèmes de finitude (sans preuve) [2, 7 1.1]
6. (16/11, Arthur) Catégorie des complexes de faisceaux ℓ -adiques [9, II]
7. (23/11, Antonin) Formule des traces de Grothendieck-Lefschetz [L18] [2, Rapport sur la formule des traces]
8. (30/11, Gautami) Application aux sommes exponentielles [2, Application aux sommes trigonométriques]
9. (7/12) Poids, conjecture de Weil (Th. 3.3.1 de [3]) [6, Lecture 1], reformulation en terme de quasi-orthogonalité des fonctions traces [7, Th 1.7.2]
10. (14/12, Xiaodong) Faisceaux pervers [9, III]
11. (11/01, Antonin) Transformation de Fourier [L23], [8]
12. (18/01, Mladen) Groupe de monodromie, théorème d'équidistribution [5, 3.6]
13. (25/01, Arthur) Équidistribution des angles des sommes de Kloosterman [L23], [5, 4, 11, 13]

References

- [1] J. Conrad. Notes on Étale cohomology. <http://virtualmath1.stanford.edu/~conrad/Weil2seminar/Notes/etnotes.pdf>.
- [2] P. Deligne. *Cohomologie Étale*, volume 569 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1977.
- [3] P. Deligne. La conjecture de Weil. II. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.*, (52):137–252, 1980.
- [4] E. Freitag and R. Kiehl. *Étale Cohomology and the Weil Conjecture*, volume 13 of *Ergebnisse Der Mathematik Und Ihrer Grenzgebiete (3) [Results in Mathematics and Related Areas (3)]*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [5] N. M. Katz. *Gauss Sums, Kloosterman Sums, and Monodromy Groups*, volume 116 of *Ann. Math. Stud.* Princeton University Press, Princeton, NJ, 1988.
- [6] N. M. Katz. L-Functions and Monodromy: Four Lectures on Weil II. *Advances in Mathematics*, 160(1):81–132, June 2001.
- [7] N. M. Katz. *Moments, Monodromy, and Perversity: A Diophantine Perspective*. Number no. 159 in *Annals of Mathematics Studies*. Princeton University Press, Princeton, 2005.
- [8] N. M. Katz and G. Laumon. Transformation de Fourier et majoration de sommes exponentielles. *Publications Mathématiques de l'IHÉS*, 62:145–202, 1985.
- [9] R. Kiehl and R. Weissauer. *Weil Conjectures, Perverse Sheaves and l-adic Fourier Transform*. *Ergebnisse Der Mathematik Und Ihrer Grenzgebiete. 3. Folge / A Series of Modern Surveys in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2001.
- [10] G. Laumon. Exponential sums and l-adic cohomology: A survey. *Isr. J. Math.*, 120(1):225–257, Dec. 2000.
- [11] J. S. Milne. Lectures on étale cohomology. www.jmilne.org/math/CourseNotes/LEC.pdf.
- [12] J. S. Milne. *Étale Cohomology*, volume 33 of *Princeton Mathematical Series*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1980.