Groupe de travail catégorification

Antoine Touzé - Huafeng Zhang

23 mars 2018

Exp 0 : Introduction et répartition des exposés

Date : vendredi 23 mars, ≪ orateur ≫ : A. Touzé.

Exp 1 : Groupe de Grothendieck et trace d'une catégorie

Date : 6 avril, Orateur : Jacques Darné
Réferences : sections 3 et 4 de [BHLZ, ArXiv 1404.1806]
Objectif : présenter $K_0(\mathcal{C})$ et $\mathrm{Tr}(\mathcal{C})$ pour une catégorie $\mathcal{C}$.

Programme :

- Groupe de Grothendieck *scindé* $K_0(\mathcal{C})$ d'une catégorie additive, d'un produit. La cloture additive d'une catégorie $\mathbb{Z}$-linéaire permet de définir $K_0(\mathcal{C}^{\oplus})$. Enveloppe Karoubienne d'une catégorie additive. Le morphisme canonique $\iota : \mathcal{C} \to Kar(\mathcal{C})$ n'est pas un iso en K^0.
- Trace $\mathrm{Tr}(\mathcal{C})$ d'une catégorie $\mathcal{C}$ $\mathbb{Z}$-linéaire. La trace préserve les produits. La trace est invariante par cloture additive, et par enveloppe Karoubienne.
  Morphisme de comparaison avec le groupe de Grothendieck.
  Outils de calcul de la trace.
  Si le temps le permet : un mot sur la relation entre trace et $HH_*(\mathcal{C})$.

Exp 2 : Groupes symétriques, fonctions symétriques

Date : 13 Avril , Orateur : Antoine Touzé
Références :

- [Savage ArXiv 1401.6037]
- LMN 579 (Geissinger) pour $\bigoplus_{n\geq 0} K_0(\mathbb{C}\mathfrak{S}_n - \mathrm{Mod})$.
- Section 3.3 de [Khovanov, ArXiv 1009.3295] pour les catégories $\mathcal{S}'_n$

Objectif : Expliquer la formule (les premières égaliltés sont dans l'introduction de [CLSS, ArXiv 1501.00589], la dernière dans sa section 4.4) :

$$\mathrm{Sym} = \bigoplus_{n\geq 0} K_0(\mathbb{C}\mathfrak{S}_n - \mathrm{Mod}) = \bigoplus_{n\geq 0} \mathrm{Tr}(\mathbb{C}\mathfrak{S}_n - \mathrm{Mod}) = \bigoplus_{n\geq 0} \mathrm{Tr}(\mathcal{S}'_n) \ .$$

Programme :

— Rappels sur le groupe symétrique : simples, produit de Littlewood-Richardson, identification de l'anneau des fonctions symétriques et de $\bigoplus_{n\geq 0} K_0(\mathbb{C}\mathfrak{S}_n - \mathrm{Mod})$ (donner éventuellement la structure de bigèbre), calcul de l'anneau $\bigoplus_{n\geq 0} \mathrm{Tr}(\mathbb{C}\mathfrak{S}_n - \mathrm{Mod})$.

— Définition de la catégorie $\mathcal{S}'_n$. Calcul de sa Trace.

— Si le temps le permet, parler de l'action de l'algèbre de Heisenberg sur Sym.

Exp 3 : Espace de Fock

Date : 20 Avril, Oratrice : Anne Moreau

Références :

— Section 3 de [CLSS, ArXiv 1501.00589]

— Appendice F de [Schiffman Vasserot, W-Algebras and the equivariant cohomology of the moduli space of instantons on $\mathbb{A}^2$, IHES 2013]

Objectif/Programme :

Définition de l'algèbre de Heisenberg $\mathfrak{h}$, de l'algèbre $W_{1,+\infty}$.

Présentation de l'espace de Fock comme représentation de $\mathfrak{h}$, de $W_{1,+\infty}$.

C'est une représentation irreductible fidèle d'un quotient donné de $W_{1,+\infty}$.

Exp 4 : Catégorie de Heisenberg

Date : 25 Mai, Orateur : Alexis Virelizier

Références : [Khovanov, ArViv 1009.3295], [Brundan, ArViv 1709.06589] et la section 2 de [CLSS, ArXiv 1501.00589].

Pour la catégorification de $W_{1,+\infty}$: .

Objectif/Programme :

Définir la catégorie $\mathcal{H}$ et donner quelques calculs importants.

Suivre la section 2 de [CLSS, ArXiv 1501.00589]. Pour les détails on pourra utiliser [Khovanov, ArViv 1009.3295], [Brundan, ArViv 1709.06589].

Exp 5 : Catégorification de $W_{1,+\infty}$

Date : 1er Juin, Orateur : Huafeng Zhang

Référence : section 2 de [CLSS, ArXiv 1501.00589].

Objectif/programme : Démontrer le théorème principal de [CLSS, ArXiv 1501.00589], qui donne une catégorification de l'action d'un quotient de $W_{1,+\infty}$ sur l'espace de Fock.